

ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه تابستانه

تألیف: دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان
نظارت عالی: علی خزایی

عنوان و نام پدیدآور : ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه تابستانه
مشخصات نشر : تهران: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان، ۱۳۹۵.
مشخصات ظاهری : ۱۰۴ ص؛ مصور؛ ۲۲×۲۹ س.م.
شابک : 978-600-7903-41-4
وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر
شناسه افزوده : خزائی، علی، ۱۳۴۸ - ناظر
شناسه افزوده : کانون ریاضیدانان زمان
شماره کتابشناسی ملی : ۴۲۰۲۳۱۰

نام کتاب:	ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه تابستانه
تألیف:	دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۹۰۳-۴۱-۴
	ISBN:978-600-7903-41-4
نوبت چاپ:	چاپ سوم - ۱۳۹۷
تیراژ:	جلد ۱۰۰۰

تعداد صفحات: ۱۰۴ صفحه

قیمت: ۱۵۰۰۰ تومان



ناشر: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان - تلفن مرکز پخش: ۷۵ ۵۵ ۹۵ ۸۸ (۰۲۱)
فروشگاه دائمی: تهران - میدان انقلاب - خیابان کارگر شمالی - نرسیده به بلوار کشاورز - پلاک ۱۵۴۷ - طبقه دوم - واحد ۳۳

حق چاپ برای کانون ریاضیدانان زمان محفوظ است.
کپی برداری و تکثیر هر قسمت از کتاب بدون اجازه کتبی از کانون ریاضیدانان زمان پیگرد قانونی دارد.

پیش‌گفتار

گسترده‌گی و تعمیق دانش ریاضی از سویی و کاربرد وسیع آن در سایر علوم به حدی است که این علم مادر همه علوم لقب گرفته است. وسعت کاربرد این دانش در علوم مختلف از جمله علوم مهندسی، علوم کشاورزی، علوم انسانی، علوم پزشکی، علوم کامپیوتر و ... بر اهمیت فراگیری آن از سوی دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان می‌افزاید. البته یادگیری ریاضیات را می‌توان به دو منظور خلاصه کرد. ضمن تحقق اهداف کاربردی آن و رفع نیازهای زندگی روزمره، باعث پرورش توانایی‌های ذهنی، تقویت قدرت تفکر منطقی، ایجاد و تقویت نظام فکری، افزایش قدرت طبقه‌بندی مفاهیم و آموخته‌های علمی و خلاصه تقویت قدرت برنامه‌ریزی در همه‌ی امور می‌گردد.

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تفهیم مفاهیم ریاضیات، استفاده از منابع آموزشی کمک درسی با نگاهی جدید می‌باشد. کانون ریاضیدانان زمان به‌عنوان جامع‌ترین مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش علم ریاضی، و با هدف ایجاد علاقه نسبت به درس ریاضی برای عموم و با ارائه‌ی روش‌های نوین آموزشی، اقدام به تألیف و چاپ ۸ عنوان کتاب کمک درسی در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی نموده است. عناوین و توضیحات این کتاب‌ها به شرح زیر است:

(۱) مجموعه کتاب‌های تابستانه: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی مختصر ولی بسیار مفید و آموزنده به همراه نکات کلیدی، با رویکرد مروری بر گذشته و چشم‌اندازی به آینده (بخشی مربوط به مطالب سال‌های تحصیلی گذشته و بخشی نیز مربوط به سال تحصیلی آینده) است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در فصل تابستان مطالعه شوند.

(۲) مجموعه کتاب‌های مقدماتی: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح مقدماتی براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

(۳) مجموعه کتاب‌های پیشرفته: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح پیشرفته و گسترده در ادامه‌ی مطالب کتاب‌های مقدماتی، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی و کتاب مقدماتی مطالعه شوند.

(۴) مجموعه کتاب‌های جامع: این کتاب‌ها در مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و سؤالات تشریحی و چهارگزینه‌ای بدون پاسخ در پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

۵) **مجموعه کتاب‌های تیزهوشان:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) جهت آمادگی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی و پایه‌ی نهم متوسطه اول (راهنمایی) برای آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و برتر کشور در قالب درسنامه‌ی تستی همراه با نکات کلیدی و کاربردی در حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) به تألیف و چاپ رسیده‌اند. مطالعه‌ی این کتاب‌ها به دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم در مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان پایه‌های هشتم و نهم در مقطع متوسطه اول (راهنمایی) پیشنهاد می‌گردد.

۶) **مجموعه کتاب‌های موضوعی:** این کتاب‌ها بیش‌تر جنبه‌ی تخصصی مباحث ریاضی مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) را دارند و شامل درسنامه‌ی کامل، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، نکات مهم و کاربردی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل می‌باشند. این کتاب‌ها اطلاعات دانش‌آموزان را در مباحث مختلف ریاضی مقطع دبیرستان افزایش می‌دهند و باعث تقویت علمی آن‌ها در درس ریاضی و رفع ضعف‌های آن‌ها می‌شوند.

۷) **مجموعه کتاب‌های یکی من، یکی تو:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن، یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤالات «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یک‌دیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و به ویژه در ایام امتحانات مطالعه شوند.

۸) **مجموعه کتاب‌های «تفکر، تمرین، تسلط»:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش تفکر، تمرین و تسلط می‌باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش‌آموز می‌رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است؛ در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوعی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته (برای مقاطع ابتدایی و متوسطه اول) و در دو شکل تشریحی و چهارگزینه‌ای (برای مقطع متوسطه دوم) در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش‌آموز، آزمونی از آن فصل به عمل می‌آید. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها همراه با کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مطالعه شوند.

امید است معلمان و مدرسین گرامی و همچنین دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان عزیز، پس از مطالعه‌ی کتاب‌های کانون، نظرات و پیشنهادات خود را منعکس نموده و ما را در ادامه‌ی راه یاری نمایند.

کانون ریاضیدانان زمان

مرکز تخصصی آموزش، نشر و کتورش فرهنگ ریاضی

«به نام نامی آفریننده نظام هستی»

حضرت علی (ع):

کسی که با کتاب آراش می‌یابد، هیچ آراشی را از دست نداده است.

سپاس خداوند بزرگ را که توفیق دیگری ارزانی داشت تا بتوانیم خدمتی هر چند کوچک در پیش‌برد علم و دانش این سرزمین عزیز بنماییم.

کتاب حاضر، بر مبنای نیازها و حل مشکلات دانش‌آموزان در درس ریاضی و در جهت ارائه‌ی روشی بسیار ساده در آموزش مفاهیم ریاضی که خلاصه‌نویسی مطالب همراه با انجام تمرین‌های متناسب در هر فصل می‌باشد، تألیف شده است. از آنجاکه علم ریاضی علم پیوسته‌ای است، لذا در این کتاب سعی شده است مفاهیم و مطالب کتاب درسی ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه، به صورت خلاصه و در راستای مروری بر سال‌های تحصیلی گذشته و چشم‌اندازی به سال تحصیلی آینده نگارش شود تا دانش‌آموزان در فصل تابستان، آمادگی مناسبی را برای شروع سال تحصیلی جدید کسب نمایند.

به دانش‌آموزان سرفراز و آینده‌ساز ایران زمین می‌گوییم:

* دوستان عزیز! در زندگی یاد بگیرید روی اهدافتان تمرکز کنید و با تمرین کردن فراوان به این مهارت بزرگ دست یابید.

آن زمان است که برنده و پیروز هستید. *

دپارتمان متوسطه اول

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: «عددهای صحیح و گویا»
۱۴	تمرین‌های فصل اول
۱۷	فصل دوم: «عددهای اول»
۲۷	تمرین‌های فصل دوم
۲۹	فصل سوم: «چندضلعی‌ها»
۳۵	تمرین‌های فصل سوم
۳۷	فصل چهارم: «جبر و معادله»
۴۸	تمرین‌های فصل چهارم
۴۹	فصل پنجم: «بردار و مختصات»
۵۸	تمرین‌های فصل پنجم
۵۹	فصل ششم: «مثلث»
۶۶	تمرین‌های فصل ششم
۶۷	فصل هفتم: «توان و جذر»
۸۱	تمرین‌های فصل هفتم
۸۳	فصل هشتم: «آمار و احتمال»
۹۵	تمرین‌های فصل هشتم
۹۷	فصل نهم: «دایره»
۱۰۴	تمرین‌های فصل نهم



فصل اول

عددهای صحیح و گویا

در سال‌های تحصیلی گذشته آموختیم:

عددهای صحیح:



تعریف هر یک از عددهای علامت‌دار $\dots, +3, +2, +1, 0, -1, -2, -3, \dots$ را عدد صحیح می‌نامند. به عددهای $\dots, +3, +2, +1$ عددهای صحیح مثبت و به عددهای $-1, -2, -3, \dots$ عددهای صحیح منفی می‌گویند.



نکته ۱: عددهای صحیح مثبت، همان عددهای طبیعی هستند. به‌عنوان مثال:

$$+6 = 6, \quad +274 = 274$$



نکته ۲: عدد صفر نه مثبت است و نه منفی.

قرینه‌ی عددهای صحیح:

برای نشان دادن قرینه‌ی هر عدد صحیح، از علامت منفی (-) استفاده می‌کنیم که این علامت، هر عدد صحیح مثبت را منفی و هر عدد صحیح منفی را مثبت می‌کند.



نکته ۳: تنها عدد صحیحی که قرینه‌اش با خودش برابر است، عدد صفر است.



نکته ۴: قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد صحیح، با خود آن عدد صحیح برابر است.



مثال ۱: تساوی‌های زیر را کامل کنید.

= قرینه‌ی ۵- (الف)

= قرینه‌ی ۸ (ب)

= قرینه‌ی ۱۲+ (ج)

= قرینه‌ی ۷۴- (د)



جواب

= ۵+ = قرینه‌ی ۵- (الف)

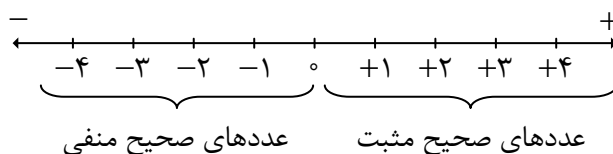
= ۸- = قرینه‌ی ۸ (ب)

= ۱۲- = قرینه‌ی ۱۲+ (ج)

= ۷۴ = قرینه‌ی ۷۴- (د)

نمایش عددهای صحیح روی محور:

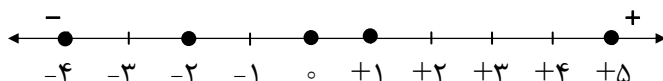
هر عدد صحیح را می‌توان روی محوری به نام محور عددهای صحیح نمایش داد که عدد صفر در وسط محور، عددهای صحیح مثبت در سمت راست عدد صفر و عددهای صحیح منفی در سمت چپ عدد صفر قرار دارند.



۲: عددهای -4 ، $+1$ ، 0 ، $+5$ و -2 را روی محور نمایش دهید.

مثال

جواب



۵: هر عدد صحیح مثبت از هر عدد صحیح منفی و هم‌چنین از عدد صفر بزرگ‌تر است.

نکته

۶: عدد صفر از هر عدد صحیح منفی بزرگ‌تر است.

نکته

۷: روی محور عددهای صحیح، هر چه به سمت راست محور حرکت کنیم، عددهای صحیح بزرگ‌تر و هر چه به سمت چپ محور حرکت کنیم، عددهای صحیح کوچک‌تر می‌شوند.

نکته

۸: در مقایسه‌ی عددهای صحیح، اگر دو عدد را روی محور نمایش دهیم، عددی که در سمت چپ عدد دیگر قرار دارد، کوچک‌تر است.

نکته

۹: کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت، عدد ۱ است.

نکته

۱۰: بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، عدد -1 است.

نکته

۳: مقایسه کنید.

مثال

الف) -52 -100

ب) 42 -42

ج) -8 0

د) 67 $-(-67)$



الف) $-۱۰۰ > -۵۲$

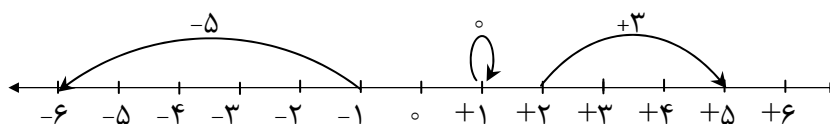
ب) $-۴۲ > ۴۲$

ج) $-۸ < ۰$

د) $-(-۶۷) = ۶۷$

حرکت‌های محوری:

روی محور عددهای صحیح، از یک نقطه می‌توان حرکت کرد و به یک نقطه‌ی دیگر رسید. تعداد واحد حرکت را می‌توانیم با توجه به جهت حرکت، با یک عدد علامت‌دار نشان دهیم. در زیر چند نمونه از حرکت‌های محوری را نمایش داده‌ایم:



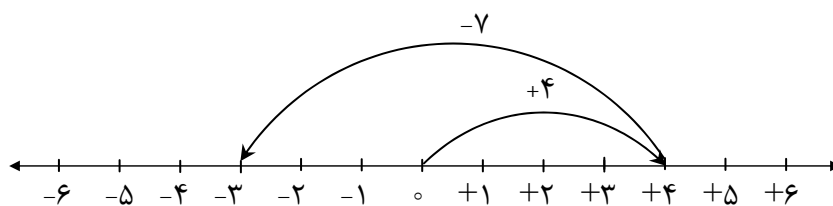
جمع عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری:

برای محاسبه‌ی حاصل جمع عددهای صحیح، می‌توان از حرکت‌های محوری استفاده کرد. باید توجه داشته باشیم که شروع اولین حرکت، حتماً باید از نقطه‌ی صفر باشد.

مثال ۴: حاصل هریک از جمع‌های زیر را با استفاده از حرکت‌های محوری به‌دست آورید.

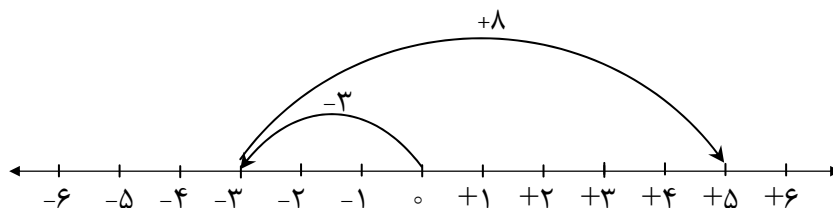


الف) $(+۴) + (-۷) =$



$$(+۴) + (-۷) = (-۳)$$

ب) $(-۳) + (+۸) =$



$$(-۳) + (+۸) = (+۵)$$

تبدیل تفریق به جمع:

برای محاسبه‌ی حاصل تفریق دو عدد صحیح، ابتدا عدد اولی را نوشته و علامت تفریق را به جمع تبدیل کرده، سپس عدد دومی را قرینه می‌کنیم و حاصل را مانند جمع دو عدد صحیح به‌دست می‌آوریم.

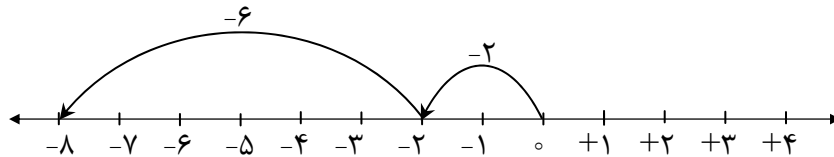




۵: حاصل تفریق $(+۶) - (-۲)$ را با استفاده از حرکت‌های محوری به دست آورید.



$$(-۲) - (+۶) = (-۲) + (-۶) = (-۸)$$



خواص جمع عددهای صحیح:

الف) خاصیت جمع هر عدد صحیح با عدد صفر: این خاصیت بیان می‌کند که:
حاصل جمع هر عدد صحیح با عدد صفر، برابر با خود آن عدد صحیح است. به عنوان مثال:

$$(-۵) + ۰ = (-۵)$$

ب) خاصیت جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش: این خاصیت بیان می‌کند که:
حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش، برابر با صفر است. به عنوان مثال:

$$(-۸) + (+۸) = ۰$$

ج) خاصیت جابه‌جایی (تعویض‌پذیری): این خاصیت بیان می‌کند که:
در جمع عددهای صحیح اگر جای دو عدد را عوض کنیم، حاصل تغییری نمی‌کند. به طور کلی می‌توان گفت: در جمع عددهای صحیح خاصیت جابه‌جایی وجود دارد. به عنوان مثال:

$$(+۳) + (-۴) = (-۴) + (+۳) = (-۱)$$



۱۱: در جمع دو عدد صحیح، اگر دو عدد هم‌علامت باشند (هر دو مثبت و یا هر دو منفی)، در این صورت دو عدد را با هم جمع کرده و یکی از علامت‌ها را به عنوان علامت جواب قرار می‌دهیم.



۱۲: در جمع دو عدد صحیح اگر دو عدد هم‌علامت نباشند (یکی مثبت و یکی منفی)، در این صورت دو عدد را از هم کم کرده و علامت عدد بزرگ‌تر (بدون در نظر گرفتن علامت‌ها) را به عنوان علامت جواب قرار می‌دهیم.



۶: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $-۵۶ - (-۳۸) =$

ب) $۲۰۷ + (-۱۹۴) =$

ج) $(-۸۲) - (+۴۷) =$

د) $-۳۲ - (+۲۵) - (-۶۱) =$



$$\text{الف) } -56 - (-38) = -56 + 38 = -18$$

$$\text{ب) } 207 + (-194) = 207 - 194 = 13$$

$$\text{ج) } (-82) - (+47) = -82 - 47 = -129$$

$$\text{د) } -32 - 25 + 61 = -32 - 25 + 61 = 4$$



۱۳: برای به دست آوردن حاصل عبارت‌هایی مانند:

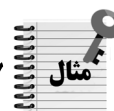
$$24 - 36 - 74 + 52 - 18 + 20$$

بهتر است ابتدا عددهایی که مثبت هستند را با هم و عددهایی که منفی هستند را نیز با هم جمع کنیم، سپس جواب‌های به دست آمده را با توجه به نکته‌های ۱۱ و ۱۲ از هم کم کنیم. به عبارت دیگر:

$$\text{حاصل جمع مثبت‌ها : } 24 + 52 + 20 = 96$$

$$\Rightarrow 96 - 128 = -32$$

$$\text{حاصل جمع منفی‌ها : } -36 - 74 - 18 = -128$$



۷: حاصل عبارت $(-600) - 374 - 580 - 206 - 100$ را به ساده‌ترین روش به دست آورید.

$$100 - 206 - 580 - 374 - (-600) = 100 - 206 - 580 - 374 + 600 = 700 - 1160 = -460$$



۱۴: اختلاف دو عدد، همواره مقداری مثبت است.



۸: دمای هوای اصفهان ۸ درجه بالای صفر و دمای هوای ارومیه ۷ درجه زیر صفر است. دمای هوای ارومیه چند

درجه سردتر از دمای هوای اصفهان است؟



در این مثال، اختلاف دمای هوای دو شهر، جواب است. لذا داریم:

$$(+8) - (-7) = 8 + 7 = 15$$

بنابراین دمای هوای ارومیه ۱۵ درجه سردتر از دمای هوای اصفهان است.



۱۵: برای به دست آوردن حاصل جمع و تفریق دو عدد صحیح با استفاده از جدول ارزش مکانی، کافی است ابتدا

دو عدد را در جدول ارزش مکانی قرار دهیم و زیر هم بنویسیم؛ سپس عددهای واقع در ستون‌ها را براساس قوانین جمع و تفریق دو عدد صحیح (نکته‌های ۱۱ و ۱۲) با هم جمع و تفریق کنیم.



۹: حاصل عبارتهای زیر را با استفاده از جدول ارزش مکانی به دست آورید.

الف) $68 - 52 - 34 =$



د	ی
۶	۸
۵	۲
۳	۴

 \rightarrow

$$\begin{array}{r} 60 + 8 \\ - 50 - 2 \\ - 30 - 4 \\ \hline -20 + 2 = -18 \end{array}$$

ب) $-454 + 729 - 583 =$



ص	د	ی
۴	۵	۴
۷	۲	۹
۵	۸	۳

 \rightarrow

$$\begin{array}{r} -400 - 50 - 4 \\ +700 + 20 + 9 \\ -500 - 80 - 3 \\ \hline -200 - 110 + 2 = -308 \end{array}$$



۱۶: برای به دست آوردن حاصل جمع و تفریق دو عدد صحیح به صورت تقریبی، می‌توانیم ابتدا با استفاده از محور و به صورت تقریبی، محل و علامت جواب را تعیین کنیم، سپس از روی حرکت فلش‌ها جواب را به دست آوریم.

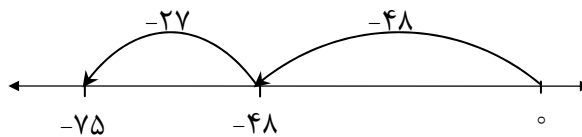


۱۰: حاصل عبارتهای زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

الف) $-48 - 27 =$

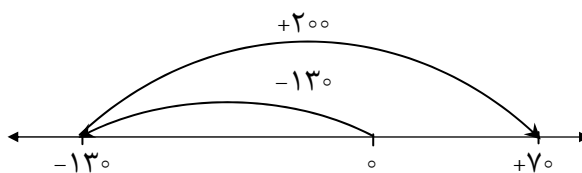


$$-48 - 27 = -48 + (-27) = -75$$



ب) $-۱۳۰ + ۲۰۰ =$

$-۱۳۰ + ۲۰۰ = ۷۰$



نکته ۱۷: برای به دست آوردن حاصل عبارت $۵۲ + (-۸۷)$ با استفاده از ماشین حساب، دستور زیر را به ترتیب (از چپ به راست) انجام می‌دهیم:

$- \rightarrow ۸۷ \rightarrow = \rightarrow + \rightarrow ۵۲ \rightarrow = \rightarrow -۳۵$

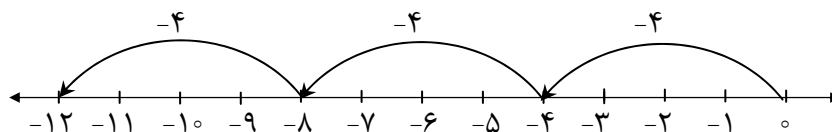
$-۸۷ + ۵۲ = -۳۵$

بنابراین:

ضرب عددهای صحیح:

الف) ضرب عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری:

برای نمایش ضرب $۳ \times (-۴)$ روی محور، از نقطه‌ی صفر (نقطه‌ی شروع)، ۳ حرکت محوری متوالی که عدد متناظر هر کدام (-۴) می‌باشد را رسم می‌کنیم (عدد ۳ تعداد حرکت‌هایی است که به دنبال هم رسم می‌کنیم و عدد (-۴) عدد متناظر هر حرکت را نشان می‌دهد). مشاهده می‌کنیم که به نقطه‌ی (-۱۲) می‌رسیم. پس حاصل ضرب برابر با (-۱۲) است. نمایش ضرب $۳ \times (-۴)$ روی محور، در زیر نشان داده شده است:



$۳ \times (-۴) = -۱۲$

ب) ضرب عددهای صحیح بدون استفاده از حرکت‌های محوری:

برای به دست آوردن حاصل ضرب دو عدد صحیح بدون استفاده از حرکت‌های محوری، دو عدد را در هم ضرب کرده و علامت‌ها را نیز طبق جدول ضرب علامت‌ها که به صورت زیر است، در هم ضرب می‌کنیم.

×	+	-
+	+	-
-	-	+



مثال ۱۱: حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

الف) $۴ \times (-۷) =$

ب) $(-۲۰) \times (-۵) =$

ج) $-۲ \times (-۳) \times (-۹) =$

د) $(-۶) \times (+۱۱) \times (-۲) =$



الف) $4 \times (-7) = -28$

ب) $(-20) \times (-5) = +100$

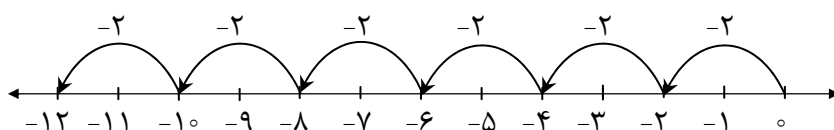
ج) $-2 \times (-3) \times (-9) = -54$

د) $(-6) \times (+11) \times (-2) = +132$

تقسیم عددهای صحیح:

الف) تقسیم عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری:

برای نوشتن تقسیم متناظر با ضرب $(-2) \times (+6)$ ، ابتدا ضرب را روی محور نمایش داده، سپس با توجه به تعداد حرکت‌های رسم شده، تقسیم‌های متناظر را می‌نویسیم. به عبارت دیگر:



$$(+6) \times (-2) = (-12) \rightarrow \begin{cases} (-12) \div (-2) = (+6) \\ (-12) \div (+6) = (-2) \end{cases}$$

ب) تقسیم عددهای صحیح بدون استفاده از حرکت‌های محوری:

برای به دست آوردن حاصل تقسیم عددهای صحیح بدون استفاده از حرکت‌های محوری، عدد اولی را بر عدد دومی تقسیم کرده و علامت‌ها را نیز طبق جدول تقسیم علامت‌ها که به صورت زیر است، بر هم تقسیم می‌کنیم:

\div	+	-
+	+	-
-	-	+

مثال ۱۲: حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.



الف) $(-42) \div (-6) =$

ب) $200 \div (-40) =$

ج) $(-75) \div 15 =$

د) $(-33) \div (+11) =$



الف) $(-42) \div (-6) = +7$

ب) $200 \div (-40) = -5$

ج) $(-75) \div 15 = -5$

د) $(-33) \div (+11) = -3$

مثال ۱۳: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.



$[(-17) - (-5)] \div [2 \times (-3)] =$



$$[(-17) - (-5)] \div [2 \times (-3)] = (-17 + 5) \div (-6) = (-12) \div (-6) = +2$$

در سال تحصیلی آینده خواهیم آموخت:



نکته ۱۸: در برخی از عبارت‌ها، از نوشتن علامت ضرب بین دو پرانتز، یا یک عدد و یک پرانتز، یا دو حرف انگلیسی صرف نظر می‌کنند. به‌عنوان مثال:

$$(-2)(+5) = (-2) \times (+5) = -10, \quad ab = a \times b$$



نکته ۱۹: برای محاسبه‌ی حاصل برخی از عبارت‌ها، لازم است براساس ترتیب انجام عملیات‌ها که به‌صورت زیر می‌باشد، عمل کنیم:

۱- پرانتز، گروه، آکولاد

۲- توان‌رسانی

۳- ضرب و تقسیم

۴- جمع و تفریق



مثال ۱۴: حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین روش به‌دست آورید.

$$8 - 8 \times 3^2 - 2(-12 \div (5 - 7)) =$$

$$8 - 8 \times 3^2 - 2(-12 \div (5 - 7)) = 8 - 72 - 2(+6) = 8 - 72 - 12 = -76$$

$\underbrace{8 - 8 \times 3^2}_{72} \quad \underbrace{-2(-12 \div (5 - 7))}_{+6}$



نکته ۲۰: چنانچه در صورت و مخرج کسری، ضرب چند عدد صحیح باشد، ابتدا عددهای صورت و مخرج را در صورت ساده شدن (بدون در نظر گرفتن علامت‌ها) با هم ساده کرده و عددهای ساده شده در صورت کسر را در هم و عددهای ساده شده در مخرج کسر را نیز در هم ضرب می‌کنیم و به‌عنوان جواب قرار می‌دهیم؛ سپس علامت حاصل صورت را بر علامت حاصل مخرج (طبق جدول تقسیم علامت‌ها) بر هم تقسیم می‌کنیم و به‌عنوان علامت جواب قرار می‌دهیم.



نکته ۲۱: در ساده کردن کسرها، برای پیدا کردن علامت جواب می‌توان با توجه به تعداد علامت‌های منفی در صورت و مخرج کسر عمل کرد. به این صورت که اگر تعداد علامت‌های منفی زوج باشد، علامت کسر مثبت و اگر تعداد علامت‌های منفی فرد باشد، علامت کسر منفی خواهد بود.



۱۵: کسر مقابل را ساده کنید.

$$\frac{(-72) \times (-21)}{(-63) \times (+48)} =$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{9}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\overset{1}{\cancel{9}} \times \overset{2}{\cancel{6}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times \overset{1}{\cancel{7}}}{\overset{1}{\cancel{3}} \times \overset{2}{\cancel{8}}} = -\frac{1}{2}$$



۲۲: حاصل تقسیم عدد صفر بر هر عدد صحیح مخالف صفر، برابر با صفر است. یعنی اگر a عددی صحیح و مخالف صفر

باشد، داریم:

$$\frac{0}{a} = 0 \quad ; \quad (a \neq 0)$$

$$\frac{0}{-2} = 0 \quad , \quad \frac{0}{38} = 0$$

به عنوان مثال:



۲۳: حاصل تقسیم هر عدد صحیح مخالف صفر بر عدد صفر، تعریف نشده است. یعنی اگر a عددی صحیح و مخالف صفر

باشد، داریم:

$$\frac{a}{0} = \text{تعریف نشده} \quad ; \quad (a \neq 0)$$

$$\frac{5}{0} = \text{تعریف نشده} \quad , \quad \frac{-72}{0} = \text{تعریف نشده}$$

به عنوان مثال:

عددهای گویا:



هر عدد کسری به صورت $\frac{a}{b}$ را که در آن a و b عددهای صحیح می‌باشند و $b \neq 0$ ، عدد گویا می‌نامند.



۲۴: هر عدد طبیعی، حسابی و صحیح، عددی گویا است.



۱۶: کدامیک از عددهای زیر گویا هستند؟

$$-\frac{3}{7} \quad 4\frac{1}{8} \quad \sqrt{5} \quad 0 \quad -\frac{6}{4}$$



همه‌ی عددها به جز عدد $\sqrt{5}$ ، عددهای گویا هستند.

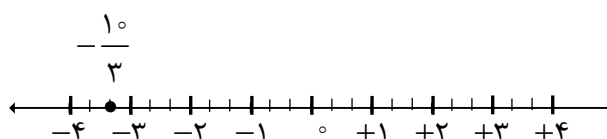
نمایش عددهای گویا روی محور:

برای نمایش عددهای گویا روی محور، دو حالت وجود دارد:

الف) نمایش عددهای گویا به فرم کسری:

برای نمایش عددهای گویا به فرم کسری روی محور، ابتدا هر واحد را به تعداد عدد نوشته شده در مخرج کسر به قسمت‌های مساوی تقسیم کرده، سپس از نقطه‌ی صفر به اندازه‌ی عدد نوشته شده در صورت کسر با توجه به علامت عدد، در جهت مثبت یا منفی حرکت می‌کنیم تا به عدد موردنظر برسیم.

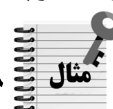
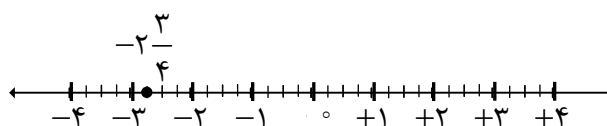
مثال ۱۷: عدد $-\frac{10}{3}$ را روی محور نمایش دهید.



ب) نمایش عددهای گویا به فرم مخلوط:

برای نمایش عددهای گویا به فرم مخلوط روی محور، ابتدا هر واحد را به تعداد عدد نوشته شده در مخرج قسمت کسری عدد مخلوط به قسمت‌های مساوی تقسیم کرده، سپس با توجه به علامت عدد در جهت مثبت یا منفی به اندازه‌ی قسمت صحیح عدد مخلوط، واحد کامل جدا کرده و به دنبال آن به اندازه‌ی عدد نوشته شده در صورت قسمت کسری عدد مخلوط، واحد کوچک (واحد کسری) جدا می‌کنیم تا به عدد موردنظر برسیم.

مثال ۱۸: عدد $-2\frac{3}{4}$ را روی محور نمایش دهید.



مثال ۱۹: کسرها را به عدد مخلوط و عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنید.



الف) $12\frac{3}{8} =$

ب) $-\frac{87}{21} =$

ج) $-\frac{47}{61} =$

د) $+\frac{206}{32} =$



الف) $+12\frac{3}{8} = +\frac{99}{8}$

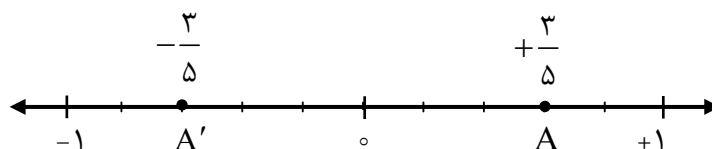
ب) $-\frac{87}{21} = -4\frac{3}{21} = -4\frac{1}{7}$

ج) $-5\frac{47}{61} = -\frac{352}{61}$

د) $+\frac{206}{32} = +6\frac{14}{32} = +6\frac{7}{16}$

قرینه‌ی عدد گویا:

برای به‌دست آوردن قرینه‌ی یک عدد گویا، کافی است علامت عدد را قرینه کنیم. برای نشان دادن قرینه‌ی یک عدد گویا نیز از علامت منفی (-) استفاده می‌کنیم. به‌عنوان مثال در شکل زیر، دو نقطه‌ی A و A' نسبت به نقطه‌ی صفر، قرینه‌ی یکدیگر هستند.



بنابراین:

$$\begin{cases} A' = -A \Rightarrow -\frac{3}{5} = -\left(+\frac{3}{5}\right) \\ A = -A' \Rightarrow +\frac{3}{5} = -\left(-\frac{3}{5}\right) \end{cases}$$

نکته ۲۵: قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد گویا، با خود آن عدد گویا برابر است.



توجه شرح کامل مطالب این فصل در کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته بیان شده است.





۱- دمای هوای اهواز ۱۲ درجه بالای صفر و دمای هوای اردبیل ۱۸ درجه سردتر از اهواز است.

الف) دمای هوای اردبیل چه قدر است؟

ب) میانگین دمای هوای دو شهر را تعیین کنید.

۲- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $(-2 - 3 - 4) \div [18 + (-9)] =$

ب) $[8 \div (-2)] \times (-3) =$

ج) $[(-12) \div (-2)] \times [(-8) - (-24)] =$

د) $[(-2) - (-8)] \times [-24 \div (+4)] =$

ه) $(-4 - 8) \div [(-3) \times (+2)] =$

و) $[(-4) \times 15] \div (-1 - 2) =$

۳- کسرهایی زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{(-42) \times (+125)}{(-75) \times (-70)} =$

ب) $\frac{-10 - (-5 + 16)}{(-18) \div (+60)} =$

ج) $\frac{(-4) \times (-8)}{-2 - 6} \div (-4) =$

د) $\frac{(-72) \times (-63) \times 40}{(-64) \times 81 \times 35} =$

۴- الف) کدام یک از عددهای زیر گویا هستند؟

$$-3^2$$

$$\sqrt{49}$$

$$+12/8$$

$$-2\frac{5}{9}$$

$$-\frac{7}{\sqrt{2}}$$

ب) عددهای $+\frac{3}{4}$ ، $-1\frac{1}{4}$ ، $\frac{17}{3}$ ، $-\frac{11}{2}$ را روی محور نمایش دهید.

۵- حاصل عبارتهای زیر را به ساده‌ترین روش به دست آورید.

الف) $(-6) - (-6) + 3[-3 \times (-6) - 4] - (-5) =$

ب) $5 + 12 \div 6 + 2 - 2[4 - 2(5 - 7)] \times (-7) =$

ج) $-6 + 15 \div 3 - 7 \times 4 \div 2 + 3(15 - 18) =$

د) $4 - 4 \times 3^2 \div 12 - 17 - 28 \div 7 \times 10 =$

دانش‌آموزان عزیز، برای حل تمرین‌های بیش‌تر می‌توانید به کتاب «تفکر، تمرین، تسلط» مراجعه نمایید.

