

# ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه تابستانه

تألیف: دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان  
نظارت عالی: علی خزایی

عنوان و نام پدیدآور : ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه تابستانه  
مشخصات نشر : تهران: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان، ۱۳۹۵.  
مشخصات ظاهری : ۷۹ ص؛ ۲۲×۲۹ س.م.  
شابک : 978-600-7903-42-1  
وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر  
شناسه افزوده : خزائی، علی، ۱۳۴۸ - ناظر  
شناسه افزوده : کانون ریاضیدانان زمان  
شماره کتابشناسی ملی : ۴۲۰۳۲۲۸

نام کتاب:	ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه تابستانه
تألیف:	دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۹۰۳-۴۲-۱
	<b>ISBN:978-600-7903-42-1</b>
نوبت چاپ:	چاپ سوم - ۱۳۹۷
تیراژ:	۱۰۰۰ جلد

تعداد صفحات: ۷۹ صفحه

قیمت: ۱۳۰۰۰ تومان



ناشر: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان - تلفن مرکز پخش: ۷۵ ۵۵ ۹۵ ۸۸ (۰۲۱)

فروشگاه دائمی: تهران - میدان انقلاب - خیابان کارگر شمالی - نرسیده به بلوار کشاورز - پلاک ۱۵۴۷ - طبقه دوم - واحد ۳۳

حق چاپ برای کانون ریاضیدانان زمان محفوظ است.

کپی برداری و تکثیر هر قسمت از کتاب بدون اجازه کتبی از کانون ریاضیدانان زمان پیگرد قانونی دارد.

## پیش‌گفتار

گسترده‌گی و تعمیق دانش ریاضی از سویی و کاربرد وسیع آن در سایر علوم به حدی است که این علم مادر همه علوم لقب گرفته است. وسعت کاربرد این دانش در علوم مختلف از جمله علوم مهندسی، علوم کشاورزی، علوم انسانی، علوم پزشکی، علوم کامپیوتر و ... بر اهمیت فراگیری آن از سوی دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان می‌افزاید. البته یادگیری ریاضیات را می‌توان به دو منظور خلاصه کرد. ضمن تحقق اهداف کاربردی آن و رفع نیازهای زندگی روزمره، باعث پرورش توانایی‌های ذهنی، تقویت قدرت تفکر منطقی، ایجاد و تقویت نظام فکری، افزایش قدرت طبقه‌بندی مفاهیم و آموخته‌های علمی و خلاصه تقویت قدرت برنامه‌ریزی در همه‌ی امور می‌گردد.

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تفهیم مفاهیم ریاضیات، استفاده از منابع آموزشی کمک درسی با نگاهی جدید می‌باشد. کانون ریاضیدانان زمان به‌عنوان جامع‌ترین مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش علم ریاضی، و با هدف ایجاد علاقه نسبت به درس ریاضی برای عموم و با ارائه‌ی روش‌های نوین آموزشی، اقدام به تألیف و چاپ ۸ عنوان کتاب کمک درسی در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی نموده است. عناوین و توضیحات این کتاب‌ها به شرح زیر است:

**(۱) مجموعه کتاب‌های تابستانه:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی مختصر ولی بسیار مفید و آموزنده به همراه نکات کلیدی، با رویکرد مروری بر گذشته و چشم‌اندازی به آینده (بخشی مربوط به مطالب سال‌های تحصیلی گذشته و بخشی نیز مربوط به سال تحصیلی آینده) است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در فصل تابستان مطالعه شوند.

**(۲) مجموعه کتاب‌های مقدماتی:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح مقدماتی براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

**(۳) مجموعه کتاب‌های پیشرفته:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح پیشرفته و گسترده در ادامه‌ی مطالب کتاب‌های مقدماتی، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی و کتاب مقدماتی مطالعه شوند.

**(۴) مجموعه کتاب‌های جامع:** این کتاب‌ها در مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و سؤالات تشریحی و چهارگزینه‌ای بدون پاسخ در پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

۵) مجموعه کتاب‌های تیزهوشان: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) جهت آمادگی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی و پایه‌ی نهم متوسطه اول (راهنمایی) برای آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و برتر کشور در قالب درسنامه‌ی تستی همراه با نکات کلیدی و کاربردی در حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) به تألیف و چاپ رسیده‌اند. مطالعه‌ی این کتاب‌ها به دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم در مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان پایه‌های هشتم و نهم در مقطع متوسطه اول (راهنمایی) پیشنهاد می‌گردد.

۶) مجموعه کتاب‌های موضوعی: این کتاب‌ها بیش‌تر جنبه‌ی تخصصی مباحث ریاضی مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) را دارند و شامل درسنامه‌ی کامل، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، نکات مهم و کاربردی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل می‌باشند. این کتاب‌ها اطلاعات دانش‌آموزان را در مباحث مختلف ریاضی مقطع دبیرستان افزایش می‌دهند و باعث تقویت علمی آن‌ها در درس ریاضی و رفع ضعف‌های آن‌ها می‌شوند.

۷) مجموعه کتاب‌های یکی من، یکی تو: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن، یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤالات «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یک‌دیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و به ویژه در ایام امتحانات مطالعه شوند.

۸) مجموعه کتاب‌های «تفکر، تمرین، تسلط»: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش تفکر، تمرین و تسلط می‌باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش‌آموز می‌رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است؛ در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوعی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته (برای مقاطع ابتدایی و متوسطه اول) و در دو شکل تشریحی و چهارگزینه‌ای (برای مقطع متوسطه دوم) در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش‌آموز، آزمون‌های آن فصل به عمل می‌آید. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها همراه با کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مطالعه شوند.

امید است معلمان و مدرسین گرامی و همچنین دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان عزیز، پس از مطالعه‌ی کتاب‌های کانون، نظرات و پیشنهادات خود را منعکس نموده و ما را در ادامه‌ی راه یاری نمایند.

کانون ریاضیدانان زمان

مرکز تخصصی آموزش، نشر و کتورش فرهنگ ریاضی

«به نام نامی آفریننده نظام هستی»

حضرت علی (ع):

کسی که با کتاب آرامش می‌یابد، هیچ آرامشی را از دست نداده است.

سپاس خداوند بزرگ را که توفیق دیگری ارزانی داشت تا بتوانیم خدمتی هر چند کوچک در پیش‌برد علم و دانش این سرزمین عزیز بنماییم.

کتاب حاضر، بر مبنای نیازها و حل مشکلات دانش‌آموزان در درس ریاضی و در جهت ارائه‌ی روشی بسیار ساده در آموزش مفاهیم ریاضی که خلاصه‌نویسی مطالب همراه با انجام تمرین‌های متناسب در هر فصل می‌باشد، تألیف شده است. از آنجاکه علم ریاضی علم پیوسته‌ای است، لذا در این کتاب سعی شده است مفاهیم و مطالب کتاب درسی ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه، به صورت خلاصه و در راستای مروری بر سال‌های تحصیلی گذشته و چشم‌اندازی به سال تحصیلی آینده نگارش شود تا دانش‌آموزان در فصل تابستان، آمادگی مناسبی را برای شروع سال تحصیلی جدید کسب نمایند.

به دانش‌آموزان سرفراز و آینده‌ساز ایران زمین می‌گوییم:

\* دوستان عزیز! در زندگی یاد بگیرید روی اهدافتان تمرکز کنید و با تمرین کردن فراوان به این مهارت بزرگ دست یابید.

آن زمان است که برنده و پیروز هستید. \*

دپارتمان متوسطه اول

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: «مجموعه‌ها»
۱۰	تمرین‌های فصل اول
۱۱	فصل دوم: «عددهای حقیقی»
۱۷	تمرین‌های فصل دوم
۱۹	فصل سوم: «استدلال و اثبات در هندسه»
۲۸	تمرین‌های فصل سوم
۲۹	فصل چهارم: «توان و ریشه»
۴۵	تمرین‌های فصل چهارم
۴۷	فصل پنجم: «عبارت‌های جبری»
۵۵	تمرین‌های فصل پنجم
۵۷	فصل ششم: «خط و معادله‌های خطی»
۶۴	تمرین‌های فصل ششم
۶۵	فصل هفتم: «عبارت‌های گویا»
۶۹	تمرین‌های فصل هفتم
۷۱	فصل هشتم: «حجم و مساحت»
۷۹	تمرین‌های فصل هشتم



# فصل اول

مجموعه‌ها

در سال تحصیلی آینده خواهیم آموخت:

مجموعه:



**تعریف** به دسته یا گروهی از اشیاء، انسان‌ها، حیوانات، گل‌ها، ... که دارای حداقل یک ویژگی مشترک باشند، مجموعه می‌گوییم. مانند مجموعه‌ی دانش‌آموزان یک کلاس (ویژگی مشترک: همگی دانش‌آموز هستند)، مجموعه‌ی پرستاران یک بیمارستان (ویژگی مشترک: همگی پرستار هستند)، مجموعه‌ی گل‌های قرمز (ویژگی مشترک: همگی گل قرمز هستند)، مجموعه‌ی عددهای دو رقمی (ویژگی مشترک: همگی عدد دو رقمی هستند)، مجموعه‌ی حروف الفبای فارسی (ویژگی مشترک: همگی حروف الفبای فارسی هستند)، ...



**نکته** ۱: برای نام‌گذاری مجموعه‌ها از حروف بزرگ انگلیسی استفاده می‌کنند.

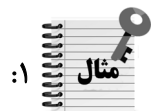
عضو:



**تعریف** به هریک از اعداد، اشیاء، حروف و ... که یک مجموعه را تشکیل می‌دهند، یک عضو مجموعه می‌گویند. عضوهای یک مجموعه را با « و » از هم جدا می‌کنند.



**نکته** ۲: اعضای یک مجموعه را داخل دو آکولاد (یعنی { }) قرار می‌دهیم. باید توجه داشته باشیم که علامت { }، با پرانتز ( ) یا کروشه [ ] اشتباه گرفته نشود.



۱: مثال

$$A = \{2, 5, 7, 10\}, \quad B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{ث, ت, پ, ب, الف\}, \quad D = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \right\}$$



**نکته** ۳: در نمایش مجموعه‌ها، ترتیب نوشتن عضوهای یک مجموعه، مهم نیست و با جابه‌جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه‌ی جدیدی ساخته نمی‌شود.



انواع مجموعه‌ها:

مجموعه‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند:

(الف) مجموعه‌های پایان‌پذیر (مجموعه‌های متناهی): مجموعه‌ای که تعداد عضوهای آن مشخص و قابل شمارش باشد، مجموعه‌ی پایان‌پذیر یا مجموعه‌ی متناهی نامیده می‌شود. مانند مجموعه‌ی  $A = \{2, 6, 8, 17, 23\}$  که تعداد عضوهای آن برابر ۵ است.

(ب) مجموعه‌های پایان‌ناپذیر (مجموعه‌های نامتناهی): مجموعه‌ای که تعداد عضوهای آن نامشخص و غیرقابل شمارش باشد، مجموعه‌ی پایان‌ناپذیر یا مجموعه‌ی نامتناهی نامیده می‌شود. مانند مجموعه‌ی  $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$  که مجموعه‌ی اعداد زوج را نشان می‌دهد و تعداد عضوهای آن نامشخص است.



نکته ۴: عضوهای تکراری در یک مجموعه، فقط یک‌بار شمرده می‌شوند.



مثال ۲: تعداد عضوهای مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

(الف)  $E = \{1, 2, 5, 5, 2, 1, 3, 2\}$



جواب مجموعه‌ی E با مجموعه‌ی  $E = \{1, 2, 3, 5\}$  برابر است و تعداد عضوهای آن برابر ۴ است.

(ب)  $F = \left\{ 6, 10, \frac{12}{2}, 5, 7, \frac{28}{4}, 6, 25 \right\}$



جواب می‌دانیم:  $\frac{28}{4} = 7$  و  $\frac{12}{2} = 6$ . پس مجموعه‌ی F با مجموعه‌ی  $F = \{5, 6, 7, 10, 25\}$  برابر است و تعداد

عضوهای آن برابر ۵ است.



مثال ۳: مجموعه‌ی  $H = \{4, 9, 12\}$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

(۲)  $B = \left\{ 12, 9, 4, \frac{12}{3} \right\}$

(۱)  $A = \{9, 4, 4\}$

(۴)  $D = \left\{ 9, 12, \frac{1}{4} \right\}$

(۳)  $C = \{4, 9, 9, 4\}$



جواب گزینه (۲) صحیح است. می‌دانیم  $\frac{12}{3} = 4$ . پس با توجه به نکته‌های ۳ و ۴، مجموعه‌ی B با مجموعه‌ی

$B = \{12, 9, 4\}$  برابر است که همان مجموعه‌ی H می‌باشد.



۵: در برخی از مجموعه‌های پایان‌پذیر یا پایان‌ناپذیر، برای خودداری کردن از نوشتن تمامی عضوهای مجموعه، از سه نقطه (...) استفاده می‌کنند. به‌عنوان مثال، مجموعه‌ی عددهای ۱ تا ۵۰ را که مجموعه‌ای پایان‌پذیر است، می‌توانیم به‌صورت  $A = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$  و مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد ۳ را که مجموعه‌ای پایان‌ناپذیر است، می‌توانیم به‌صورت  $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$  بنویسیم.



۴: الف) مجموعه‌ی مضرب‌های عدد ۴ را نوشته و آن را  $B$  بنامید.

ب) مجموعه‌ی عددهای زوج کوچک‌تر از ۱۷ را نوشته و آن را  $C$  بنامید.

ج) عضوهای مشترک مجموعه‌های  $B$  و  $C$  را نوشته و آن را  $D$  بنامید.

د) بگویید از مجموعه‌های  $B, C$  و  $D$  کدام یک پایان‌پذیر و کدام یک پایان‌ناپذیر هستند؟



$$B = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$$

الف)

$$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$$

ب)

$$D = \{4, 8, 12, 16\}$$

ج)

د) همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، مجموعه‌ی  $B$  پایان‌ناپذیر است. زیرا عضو انتها ندارد و تعداد عضوهای آن قابل شمارش و مشخص نیست. ولی مجموعه‌های  $C$  و  $D$  پایان‌پذیر هستند. زیرا عضو انتها دارند و تعداد عضوهای آن‌ها قابل شمارش و مشخص است.

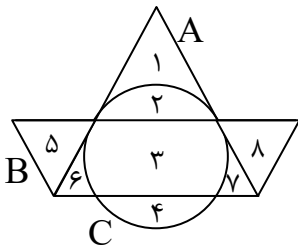
علائم و نمادهایی در مجموعه‌ها:

الف) عضویت یک شیء در یک مجموعه: برای این‌که نشان دهیم عضوی متعلق به یک مجموعه است، از نماد  $\in$  و اگر عضوی متعلق به یک مجموعه نباشد، از نماد  $\notin$  استفاده می‌کنیم. به‌عنوان مثال، اگر مجموعه‌ی  $A$  را به‌صورت  $A = \{a, b, 2, 5\}$  در نظر بگیریم، برای نشان دادن این‌که  $a$  عضوی از مجموعه‌ی  $A$  است، می‌نویسیم:  $a \in A$  و می‌خوانیم « $a$  عضو  $A$  است» و چون عدد ۴ عضو  $A$  نیست، می‌نویسیم:  $4 \notin A$  و می‌خوانیم «۴ عضو  $A$  نیست».

ب) زیرمجموعه: اگر هر عضو مجموعه‌ی  $A$ ، عضو مجموعه‌ی  $B$  باشد، می‌گوییم مجموعه‌ی  $A$  زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی  $B$  است. برای این‌که نشان دهیم مجموعه‌ی  $A$  زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی  $B$  است، از نماد  $\subseteq$  استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم:  $A \subseteq B$ . اگر حداقل یک عضو مجموعه‌ی  $A$ ، عضو مجموعه‌ی  $B$  نباشد، می‌گوییم مجموعه‌ی  $A$  زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی  $B$  نیست. برای این‌که نشان دهیم مجموعه‌ی  $A$  زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی  $B$  نیست، از نماد  $\not\subseteq$  استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم:  $A \not\subseteq B$ .



۵: با توجه به شکل مقابل:



الف) مجموعه‌های A، B و C را با عضوهایشان مشخص کنید.

ب) عبارت درست را با علامت «✓» و عبارت نادرست را با علامت «✗» مشخص کنید.

$A \subseteq B$         $4 \notin A$         $8 \in B$

ج) به جای  علامت مناسب ( $\subseteq, \not\subseteq, \in, \notin$ ) قرار دهید.

$6$    $B$        $B$    $C$        $\{6, 7\}$    $A$



الف)

$A = \{1, 2, 3, 6, 7\}$

$B = \{3, 5, 6, 7, 8\}$

$C = \{2, 3, 4\}$

ب)

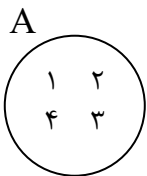
$A \subseteq B$   ✗       $4 \notin A$   ✓       $8 \in B$   ✓

ج)

$6$    $\in$   $B$        $B$    $\not\subseteq$   $C$        $\{6, 7\}$    $\subseteq$   $A$

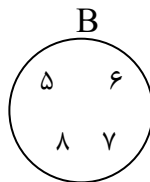
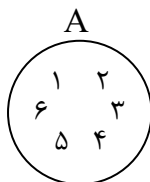
نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمودار ون:

مجموعه را می‌توان با استفاده از منحنی‌های بسته نمایش داد. به‌عنوان مثال، مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  را به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم. به این نوع نمایش از مجموعه‌ها، نمودار ون می‌گوییم.

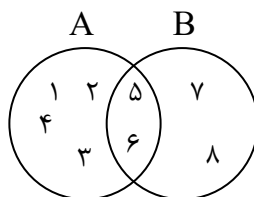


۶: دو مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  و  $B = \{5, 6, 7, 8\}$  را در نظر بگیرید:

الف) برای هریک از این دو مجموعه، نمودار ون رسم کنید. (به‌صورت مجزا)



ب) دو مجموعه را با یک نمودار ون نمایش دهید. کدام اعداد هم در منحنی بسته‌ی مربوط به مجموعه‌ی A و هم در منحنی بسته‌ی مربوط به مجموعه‌ی B قرار دارند؟



با توجه به نمودار ون رسم شده، عددهای ۵ و ۶ در هر دو منحنی بسته قرار دارند.

مجموعه‌ی تهی:

مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد، مجموعه‌ی تهی نامیده می‌شود. مجموعه‌ی تهی را با نماد  $\emptyset$  یا  $\{ \}$

نمایش می‌دهیم.

مثال ۷: کدام یک از گزینه‌های زیر، مجموعه‌ی تهی را مشخص می‌کند؟

- (۱) عددهای طبیعی بین ۷ و ۸  
 (۲) عددهای اول یک رقمی  
 (۳) عددهای صحیح بین -۱ و ۱  
 (۴) عددهای گویای بین ۰ و ۱

جواب: گزینه (۱) صحیح است. زیرا بین دو عدد ۷ و ۸، هیچ عدد طبیعی وجود ندارد.

عددهای اول یک رقمی عبارتند از: ۲, ۳, ۵, ۷.

عددهای صحیح بین -۱ و ۱ عبارتند از: ۰.

بین دو عدد ۰ و ۱ بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

مجموعه‌های مساوی:

تعریف: اگر عضوهای دو مجموعه مساوی باشند، یعنی هر عضو مجموعه‌ی A، عضوی از مجموعه‌ی B و هر عضوی از مجموعه‌ی B، عضوی از مجموعه‌ی A باشد، در این صورت می‌گوییم دو مجموعه‌ی A و B با هم مساوی‌اند و می‌نویسیم:  $A = B$ .

چنانچه عضوی در A باشد که در B نباشد، یا عضوی در B باشد که در A نباشد، در این صورت دو مجموعه‌ی A و B با هم مساوی نیستند و می‌نویسیم:  $A \neq B$ .

مثال ۸: مقادیر X و Y را چنان بیابید که دو مجموعه‌ی  $A = \{5, X + 3\}$  و  $B = \{2Y, -3\}$  با هم مساوی باشند.



$$x + 3 = -3 \Rightarrow x = -6$$

$$2y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$



۶: از نمادهای  $\subseteq$  یا  $\subset$  زمانی استفاده می‌شود که در سمت راست و چپ این نمادها، مجموعه قرار داشته باشد. (به عبارت دیگر یکی از حروف بزرگ انگلیسی و یا علامت آکولاد که نشان‌دهنده‌ی مجموعه است، باشد).



۷: از نمادهای  $\in$  یا  $\notin$  زمانی استفاده می‌شود که سمت چپ این نمادها، عضو و سمت راست آن‌ها مجموعه قرار داشته باشد.



۸: مجموعه‌ی تهی، زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.  
(A یک مجموعه‌ی دلخواه است.)

$$\emptyset \subseteq A$$



۹: هر مجموعه، زیرمجموعه‌ی خودش است.  
(A یک مجموعه‌ی دلخواه است.)

$$A \subseteq A$$

مجموعه‌های اعداد:

الف) مجموعه‌ی عددهای طبیعی: مجموعه‌ای پایان‌ناپذیر است که عضوهای آن از ۱ شروع می‌شوند و تا بی‌نهایت ادامه دارند. این مجموعه را با  $\mathbb{N}$  و به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

ب) مجموعه‌ی عددهای حسابی: مجموعه‌ای پایان‌ناپذیر است که عضوهای آن از صفر شروع می‌شوند و تا بی‌نهایت ادامه دارند. این مجموعه را با  $\mathbb{W}$  یا  $\mathbb{I}$  و به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\mathbb{W} \text{ یا } \mathbb{I} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$



۱۰: مجموعه‌ی عددهای طبیعی زوج و مجموعه‌ی عددهای طبیعی فرد را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

ج) مجموعه‌ی عددهای صحیح: مجموعه‌ای پایان‌ناپذیر است که عضوهای آن شامل عددهای مثبت، عددهای منفی و عدد صفر است. این مجموعه را با  $\mathbb{Z}$  و به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مثال ۹: کدام یک از عددهای زیر، طبیعی نیست؟

- (۱) ۴ (۲) ۵۷۳۲ (۳) صفر (۴)  $\frac{16}{8}$

جواب گزینه (۳) صحیح است. زیرا عددهای طبیعی از ۱ شروع می‌شوند و عدد صفر در مجموعه‌ی عددهای طبیعی قرار

ندارد. (باید توجه داشته باشیم که  $\frac{16}{8} = 2 = 2$  عددی طبیعی است.)

مثال ۱۰: مجموعه‌ی عددهای حسابی چند عضو دارد؟

- (۱) ۸ عضو (۲) ۲۰ عضو (۳) ۱۰۰۰۰۰۰ عضو (۴) بی‌شمار عضو

جواب گزینه (۴) صحیح است. زیرا مجموعه‌ی عددهای حسابی، مجموعه‌ای پایان‌ناپذیر است و تعداد عضوهای آن قابل

شمارش و مشخص نیست.

نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمادهای ریاضی:

تاکنون مجموعه‌ها را با اعضا و نمودار ون مشخص کردیم. یک روش دیگر نمایش مجموعه‌ها استفاده از نمادهای ریاضی است. به عنوان مثال، مجموعه‌ی عددهای طبیعی زوج  $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$  را در نظر بگیرید. می‌دانیم عضوهای این مجموعه دارای خاصیت مشترکی هستند، یعنی همگی آن‌ها مضرب ۲ می‌باشند و از گذشته می‌دانیم که هر عدد طبیعی زوج به صورت  $2k$  قابل نمایش است که در آن  $k \in \mathbb{N}$ . بنابراین می‌نویسیم:  $E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$  و می‌خوانیم:

$E$  برابر است با مجموعه‌ی عددهایی به شکل  $2k$  به طوری که  $k$  متعلق به مجموعه‌ی عددهای طبیعی است. در مجموعه‌ی  $E$ ، علامت « $|$ » خوانده می‌شود: «به طوری که».

تذکر مجموعه‌ی عددهای طبیعی فرد را به صورت  $O = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$  نمایش می‌دهیم.

مثال ۱۱: مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی نمایش دهید.

الف)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ب)  $B = \{\text{مضرب‌های طبیعی عدد } 3\}$

ج)  $W = \{\text{عددهای حسابی}\}$

د)  $C = \{\text{عددهای صحیح بین } -5 \text{ و } 4\}$



الف)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$

ب)  $B = \{3k \mid k \in \mathbb{N}\}$

ج)  $W = \{k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$

د)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < 4\}$

مثال ۱۲: مجموعه‌ی  $F = \{3k+1 \mid k \in \mathbb{N}\}$  را با اعضا مشخص کنید.



برای نمایش مجموعه‌ی  $F$  با اعضا، از جدولی مانند جدول زیر استفاده می‌کنیم و در هر مرحله به جای  $k$ ، یک عدد طبیعی در  $3k+1$  قرار می‌دهیم.



$k$	۱	۲	۳	۴	...
$3k+1$	$3(1)+1$	$3(2)+1$	$3(3)+1$	$3(4)+1$	...
	۴	۷	۱۰	۱۳	

$F = \{4, 7, 10, 13, \dots\}$

بنابراین داریم:

نکته ۱۱: از آنجاکه اولین عدد گویای بزرگ‌تر از هر عدد گویا مشخص نیست، لذا نمی‌توانیم این مجموعه را با اعضا نمایش دهیم. به همین دلیل مجموعه‌ی عددهای گویا را با نمادهای ریاضی و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:



$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

نکته ۱۲: همواره داریم:



شرح کامل مطالب این فصل در کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته بیان شده است.





۱- تعداد عضوهای هریک از مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.

الف)  $A = \left\{ 4, 3, 5, 4, 4, 5, \frac{16}{4}, 2\frac{7}{7} \right\}$

ب)  $B = \{10, 11, 12, \dots, 78\}$

ج)  $C = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{564} \right\}$

د)  $D = \left\{ \frac{32}{5}, 6/4, 20, 18\frac{6}{3}, 3/2 \right\}$

۲- پایان‌پذیری یا پایان‌ناپذیری مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه‌ی عددهای طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰

ب) مجموعه‌ی پزشکان جهان

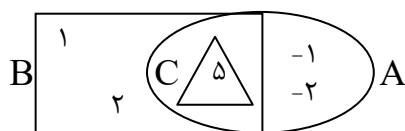
ج) مجموعه‌ی ستارگان

د) مجموعه‌ی دانش‌آموزان یک شهر

ه) مجموعه‌ی سیارات

و) مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد ۶

۳- با توجه به نمودار مقابل، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.



$2 \in B$

$\{0\} \subseteq B$

$C \subseteq A$

$-1 \notin A$

$A \subseteq B$

$5 \in A$

۴- مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

الف)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$

ب)  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 4\}$

ج)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -5\}$

د)  $B = \{x \in \mathbb{W} \mid -3 \leq x < 0\}$

۵- مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی مشخص کنید.

الف)  $A = \{-6, -5, -4, \dots, +3, +4\}$

ب)  $B = \{\dots, 5, 6, 7\}$

ج)  $C = \{\dots, -14, -13, -12\}$

د)  $D = \{-12, -11, \dots, -1\}$

دانش‌آموزان عزیز، برای حل تمرین‌های بیشتر می‌توانید به کتاب «تفکر، تمرین، تسلط» مراجعه نمایید.

