

ریاضی (۱)

«تفکر، تمرین، تسلط»

دهم متوسطه دوم

رشته ریاضی و فیزیک

تألیف: دپارتمان متوسطه دوم مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان

نظارت عالی: علی خزایی

عنوان و نام پدیدآور	: ریاضی (۱) تفکر، تمرین، تسلط دهم متوسطه دوم رشته ریاضی و فیزیک
مشخصات نشر	: تهران: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۱۹۲ ص؛ ۲۹×۲۲ س.م.
شابک	: 978-600-7903-84-1
وضعیت فهرست نویسی	: فیپای مختصر
شناسه افزوده	: خزائی، علی، ۱۳۴۸ -، ناظر
شناسه افزوده	: کانون ریاضیدانان زمان
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۸۸۲۱۵۹

نام کتاب:	ریاضی (۱) تفکر، تمرین، تسلط دهم متوسطه دوم رشته ریاضی و فیزیک
تألیف:	دپارتمان متوسطه دوم مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۹۰۳-۸۴-۱
	ISBN:978-600-7903-84-1
نوبت چاپ:	چاپ اول - ۱۳۹۶
تیراژ:	۱۰۰۰ جلد

تعداد صفحات: ۱۹۲ صفحه

قیمت: ۲۵۰۰۰ تومان



ناشر: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان - تلفن مرکز پخش: ۷۵ ۵۵ ۹۵ ۸۸ (۰۲۱)

فروشگاه دائمی: تهران - میدان انقلاب - خیابان کارگر شمالی - نرسیده به بلوار کشاورز - پلاک ۱۵۴۷ - طبقه دوم - واحد ۳۳

حق چاپ برای کانون ریاضیدانان زمان محفوظ است.

کپی برداری و تکثیر هر قسمت از کتاب بدون اجازه کتبی از کانون ریاضیدانان زمان پیگرد قانونی دارد.

پیش‌گفتار

گسترده‌گی و تعمیق دانش ریاضی از سویی و کاربرد وسیع آن در سایر علوم به حدی است که این علم مادر همه علوم لقب گرفته است. وسعت کاربرد این دانش در علوم مختلف از جمله علوم مهندسی، علوم کشاورزی، علوم انسانی، علوم پزشکی، علوم کامپیوتر و ... بر اهمیت فراگیری آن از سوی دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان می‌افزاید. البته یادگیری ریاضیات را می‌توان به دو منظور خلاصه کرد. ضمن تحقق اهداف کاربردی آن و رفع نیازهای زندگی روزمره، باعث پرورش توانایی‌های ذهنی، تقویت قدرت تفکر منطقی، ایجاد و تقویت نظام فکری، افزایش قدرت طبقه‌بندی مفاهیم و آموخته‌های علمی و خلاصه تقویت قدرت برنامه‌ریزی در همه‌ی امور می‌گردد.

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تفهیم مفاهیم ریاضیات، استفاده از منابع آموزشی کمک درسی با نگاهی جدید می‌باشد. کانون ریاضیدانان زمان به‌عنوان جامع‌ترین مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش علم ریاضی، و با هدف ایجاد علاقه نسبت به درس ریاضی برای عموم و با ارائه‌ی روش‌های نوین آموزشی، اقدام به تألیف و چاپ ۸ عنوان کتاب کمک درسی در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی نموده است. عناوین و توضیحات این کتاب‌ها به شرح زیر است:

(۱) مجموعه کتاب‌های تابستانه: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی مختصر ولی بسیار مفید و آموزنده به همراه نکات کلیدی، با رویکرد مروری بر گذشته و چشم‌اندازی به آینده (بخشی مربوط به مطالب سال‌های تحصیلی گذشته و بخشی نیز مربوط به سال تحصیلی آینده) است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در فصل تابستان مطالعه شوند.

(۲) مجموعه کتاب‌های مقدماتی: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح مقدماتی براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

(۳) مجموعه کتاب‌های پیشرفته: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح پیشرفته و گسترده در ادامه‌ی مطالب کتاب‌های مقدماتی، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی و کتاب مقدماتی مطالعه شوند.

(۴) مجموعه کتاب‌های جامع: این کتاب‌ها در مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و سؤالات تشریحی و چهارگزینه‌ای بدون پاسخ در پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

۵) مجموعه کتاب‌های تیزهوشان: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) جهت آمادگی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی و پایه‌ی نهم متوسطه اول (راهنمایی) برای آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و برتر کشور در قالب درسنامه‌ی تستی همراه با نکات کلیدی و کاربردی در حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) به تألیف و چاپ رسیده‌اند. مطالعه‌ی این کتاب‌ها به دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم در مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان پایه‌های هشتم و نهم در مقطع متوسطه اول (راهنمایی) پیشنهاد می‌گردد.

۶) مجموعه کتاب‌های موضوعی: این کتاب‌ها بیش‌تر جنبه‌ی تخصصی مباحث ریاضی مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) را دارند و شامل درسنامه‌ی کامل، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، نکات مهم و کاربردی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل می‌باشند. این کتاب‌ها اطلاعات دانش‌آموزان را در مباحث مختلف ریاضی مقطع دبیرستان افزایش می‌دهند و باعث تقویت علمی آن‌ها در درس ریاضی و رفع ضعف‌های آن‌ها می‌شوند.

۷) مجموعه کتاب‌های یکی من، یکی تو: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن، یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤالات «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یک‌دیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و به ویژه در ایام امتحانات مطالعه شوند.

۸) مجموعه کتاب‌های «تفکر، تمرین، تسلط»: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش تفکر، تمرین و تسلط می‌باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش‌آموز می‌رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است؛ در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوعی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته (برای مقاطع ابتدایی و متوسطه اول) و در دو شکل تشریحی و چهارگزینه‌ای (برای مقطع متوسطه دوم) در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش‌آموز، آزمون‌های آن فصل به عمل می‌آید. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها همراه با کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مطالعه شوند.

امید است معلمان و مدرسین گرامی و همچنین دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان عزیز، پس از مطالعه‌ی کتاب‌های کانون، نظرات و پیشنهادات خود را منعکس نموده و ما را در ادامه‌ی راه یاری نمایند.

کانون ریاضیدانان زمان

مرکز تخصصی آموزش، نشر و کتورش فرهنگ ریاضی

«به نام نامی آفریننده نظام هستی»

دانای فرزانه بی آنکه گام سپارد می داند؛ بی آنکه بکند می بیند و بی عمل سامان می دهد.

خداوند بزرگ را سپاس می گوئیم که توفیق دیگری ارزانی داشت تا بتوانیم خدمتی هرچند کوچک در راستای رشد و شکوفایی فرزندان عزیز ایران زمین بنماییم.

در ادامه ی تألیف کتاب های ممتاز کانون و به جهت تکمیل آنها، اکنون هشتمین عنوان از کتاب های کمک درسی با عنوان «تفکر، تمرین، تسلط» که در مقابل شما قرار دارد، نگارش شده است. نحوه ی تألیف و نگارش این کتاب به شرح زیر است:

* کتاب «تفکر، تمرین، تسلط» اولین بار با ابتکار و خلاقیت و سبکی نو و هدفدار توسط کانون ریاضیدانان زمان تألیف شده است.

* نحوه ی نگارش این کتاب به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش (۱) تفکر (۲) تمرین (۳) تسلط می باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش آموز می رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است. در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوع ریاضی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته (برای مقاطع ابتدایی و متوسطه اول) و در دو شکل تشریحی و چهارگزینه ای (برای مقطع متوسطه دوم) در اختیار دانش آموز قرار گرفته است و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش آموز، آزمونی از آن فصل به عمل آمده است.

امید است که مطالعه ی این کتاب، بستری مناسب برای پیشرفت دانش آموزان عزیز در درس ریاضی باشد.

دپارتمان متوسطه دوم

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: «مجموعه، الگو و دنباله»
۱	تفکر
۲	تمرین
۲	سؤالات تشریحی
۲۲	سؤالات چهارگزینه‌ای
۲۸	تسلط
۳۱	فصل دوم: «مثلثات»
۳۱	تفکر
۳۲	تمرین
۳۲	سؤالات تشریحی
۵۱	سؤالات چهارگزینه‌ای
۵۹	تسلط
۶۱	فصل سوم: «توان‌های گویا و عبارت‌های جبری»
۶۱	تفکر
۶۲	تمرین
۶۲	سؤالات تشریحی
۷۸	سؤالات چهارگزینه‌ای
۸۲	تسلط
۸۵	فصل چهارم: «معادله‌ها و نامعادله‌ها»
۸۵	تفکر
۸۶	تمرین
۸۶	سؤالات تشریحی
۱۰۰	سؤالات چهارگزینه‌ای
۱۰۷	تسلط

فصل پنجم: «تابع» ۱۰۹

تفکر ۱۰۹

تمرین ۱۱۰

سؤالات تشریحی ۱۱۰

سؤالات چهارگزینه‌ای ۱۴۲

تسلط ۱۴۷

فصل ششم: «ترکیبیات» ۱۴۹

تفکر ۱۴۹

تمرین ۱۵۰

سؤالات تشریحی ۱۵۰

سؤالات چهارگزینه‌ای ۱۶۹

تسلط ۱۷۵

فصل هفتم: «آمار و احتمال» ۱۷۷

تفکر ۱۷۷

تمرین ۱۷۸

سؤالات تشریحی ۱۷۸

سؤالات چهارگزینه‌ای ۱۸۵

تسلط ۱۹۱

تفکر

انتظاراتی که در این فصل از دانش آموز می‌رود:

- ۱- مجموعه‌های اعداد را بشناسد
- ۲- مفهوم بازه را بداند و بتواند آن‌ها را روی محور اعداد نمایش دهد
- ۳- تعریف مجموعه‌ی متناهی و مجموعه‌ی نامتناهی را بداند
- ۴- تعریف مجموعه‌ی مربع و متمم یک مجموعه را بداند
- ۵- تعریف دو مجموعه‌ی جدا از هم را بداند
- ۶- دستور مناسبه‌ی تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه را بداند
- ۷- مفهوم الگو را بداند
- ۸- مفهوم الگوی قطبی را بداند و الگوهای قطبی را بتواند تشخیص دهد
- ۹- مفهوم الگوی غیرقطبی را بداند و الگوهای غیرقطبی را بتواند تشخیص دهد
- ۱۰- تعریف دنباله را بداند
- ۱۱- تعریف دنباله‌ی حسابی را بداند و بتواند دنباله‌های حسابی را تشخیص دهد
- ۱۲- مسائل مربوط به دنباله‌های حسابی را بتواند حل کند
- ۱۳- تعریف دنباله‌ی هندسی را بداند و بتواند دنباله‌های هندسی را تشخیص دهد
- ۱۴- مسائل مربوط به دنباله‌های هندسی را بتواند حل کند

تمرین

سؤالات تشریحی

۱. اگر $A = \{2^x | x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} | x^2 \leq 5\}$ ، آن گاه مجموعه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ و $B - A$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

۲. مجموعه‌ی A متناهی و مجموعه‌های B و C نامتناهی هستند. متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $(A \cap B) - C$

ب) $B - (C - A)$

ج) $B - (A - C)$

د) $A \cup (B - C)$

۲

۳. اگر $A = \{32, 8, -4, 2\}$ و $B = \left\{ \frac{2^{x+1}}{(-2)^{2x}} | x \in \mathbb{N}, x \leq 4 \right\}$ ، آن گاه:

الف) عضوهای مجموعه‌ی B را بنویسید.

ب) مجموعه‌ی $A \cup B$ را با اعضا مشخص کنید.

ج) مجموعه‌ی $A - B$ را با اعضا مشخص کنید.

د) مجموعه‌ی $B - A$ را با اعضا مشخص کنید.

ه) مجموعه‌ی $A \cap B$ را با اعضا مشخص کنید.

۴. اگر $M = \{5^x \mid x \in \mathbb{Z}, -6 \leq x \leq 6\}$ و $A = \{25^x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 < x < 3\}$ ، آن گاه مجموعه‌ی A' را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

۵. مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی نمایش دهید.

الف) $A = \left\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots, \frac{1}{729}\right\}$

ب) $B = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \dots\right\}$

ج) $C = \{2, 5, 10, 17, 26, \dots\}$

۶. اگر A ، B و C سه مجموعه بوده و داشته باشیم $B \cup C = B$ و $A \cap C = A$ ، ابتدا رابطه‌ی بین سه مجموعه‌ی A ، B و C را مشخص کنید؛ سپس وضعیت سه مجموعه را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.

۳

۷. اگر $M = \{1, 2, \dots, 20\}$ مجموعه‌ی مرجع و A مجموعه‌ی مضرب‌های عدد ۳ باشد، A' را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

۸. اگر $M = \{7k \mid k \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{14k \mid k \in \mathbb{N}\}$ ، آن گاه A' را با نوشتن اعضا و نمادهای ریاضی مشخص کنید.

۹. اگر داشته باشیم $M = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ ، $A = \left\{x \mid \frac{24}{x} \in M\right\}$ و $B = \left\{x \mid \frac{x-1}{2} \in M\right\}$ ، آن گاه مجموعه‌های $(M-B) \cup (B-M)$ و $(A \cup B)'$ را با اعضا نمایش دهید.

۱۰. بازه‌ی $(-\infty, 4] \cup [2, 7)$ را روی محور اعداد نمایش دهید و حاصل آن را به صورت بازه بنویسید.

۱۱. اگر مجموعه‌ی مرجع U ، مجموعه‌ی عددهای صحیح باشد و $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ و $B = \{-5, -4, -3, \dots\}$ مفروض باشند، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $A' - B$

ب) $B' \cup A$

۱۲. با فرض آن که U مجموعه‌ی مرجع باشد و $n(U) = 100$ ، $n(A) = 60$ ، $n(B) = 40$ و $n(A \cap B) = 20$ ، مطلوب است محاسبه‌ی:

الف) $n(A \cup B)$

ب) $n(A' \cap B')$

ج) $n(A - B)$

۱۳. در یک کلاس ۳۱ نفری، ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو تیم والیبال و ۱۹ نفر از آن‌ها عضو تیم بسکتبال هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو تیم باشند، مطلوب است محاسبه‌ی:

الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو تیم والیبال هستند.

ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ‌یک از این دو تیم نیستند.

۱۴. اگر $n(U) = 50$ ، $n(A) = 20$ ، $n(B) = 15$ و $n(A \cap B) = 10$ ، آن گاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $n(A \cup B)$

ب) $n(A - B)$

۱۵. از بین ۵ نفر سالمند، ۲۲ نفر بیماری فشار خون و ۳۰ نفر بیماری دیابت دارند. اگر ۵ نفر هیچ‌یک از دو بیماری را نداشته باشند، مطلوب است تعداد افرادی که:

الف) هر دو بیماری را دارند.

ب) حداقل یکی از بیماری‌ها را دارند.

۱۶. کدام‌یک از مجموعه‌های زیر متناهی و کدام‌یک نامتناهی است؟

الف) مجموعه‌ی ستارگان منظومه‌ی شمسی

ب) مجموعه‌ی عددهای اول فرد

ج) مجموعه‌ی درخت‌های جنگل آمازون

۱۷. فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع U باشند که $n(U) = 120$ ، $n(A) = 70$ ، $n(B) = 50$ و $n(A \cap B) = 25$. مطلوب است محاسبه‌ی:

الف) $n(A \cup B)$

ب) $n(A' \cap B')$

ج) $n(A \cap B')$

۱۸. مجموعه‌ی $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 3\}$ را به صورت یک بازه بنویسید و آن را روی محور اعداد نمایش دهید.

۱۹. اگر $n(A) = 15$ ، $n(A \cap B) = 5$ و $n(A \cup B) = 30$ ، آن گاه مقدار $n(B)$ را محاسبه کنید.

۲۰. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $[-5, -1) \cup (-2, 7) =$

ب) $(-\infty, 2) - [-1, +\infty) =$

۲۱. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۲۴ متناهی است.

ب) اگر $A \subseteq B$ ، آن گاه $B' \subseteq A'$.

ج) اگر \mathbb{N} مجموعه‌ی مرجع باشد و $A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, \dots\}$ ، آن گاه $A' = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

د) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\} = (-3, 2]$

۲۲. در یک هتل ۳۸ مسافر وجود دارد. ۲۰ نفر از آن‌ها تاجر و ۱۷ نفر جهانگرد هستند. اگر ۷ نفر نه تاجر و نه جهانگرد باشند، چند مسافر تاجر و جهانگرد در هتل وجود دارد؟

۲۳. اگر مجموعه‌ی مرجع همه‌ی عددهای حقیقی باشد، متمم مجموعه‌ی $A = (-1, 2]$ را بنویسید.

۲۴. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 3\}$ و $C = (-2, +\infty)$ ، آن گاه مجموعه‌ی $(A \cap B) \cup C$ را به صورت بازه بنویسید.

۲۵. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $[-6, 4] \cup [-1, 5) =$

ب) $(-\infty, 5) \cap [4, 7) =$

۲۶. جمله $(2n + 3)$ ام دنباله‌ای به صورت $a_n = 5n^2 - n$ می‌باشد. جمله هفتم این دنباله چند است؟

۲۷. جمله $(5n + 2)$ ام دنباله‌ای به صورت $a_n = \frac{n^2 - 4n}{2^n}$ می‌باشد. جمله هفدهم این دنباله چند است؟

۲۸. جمله $(4n - 1)$ ام دنباله‌ای به صورت $a_n = 8n + 1$ می‌باشد. جمله n ام این دنباله چند است؟

۲۹. در دنباله‌های بازگشتی زیر، پنج جمله‌ی اول دنباله را مشخص کنید.

الف) $a_{n+1} = 3a_n$ ، $a_1 = 4$

ب) $a_{n+1} = a_n + 2$ ، $a_1 = 5$

ج) $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ ، $a_1 = a_2 = 1$ (دنباله‌ی فیبوناچی)

د) $a_{n+2} = a_n + \frac{1}{n}$ ، $a_1 = 1$ ، $a_2 = \frac{1}{2}$

ه) $a_{n+1} = \sqrt{n} a_n$ ، $a_1 = 1$

۳۰. الف) پنج جمله‌ی اول دنباله‌ی بازگشتی زیر را بنویسید.

$$a_{n+2} = a_n + 4(n-1) \quad , \quad a_1 = 1 \quad , \quad a_2 = 4$$

ب) جمله‌ی عمومی این دنباله را پیدا کرده و از روی آن رابطه‌ی بالا را تحقیق کنید.

۳۱. در دنباله‌ای $a_1 = 5$ و $a_{n+1} = 2a_n$. جمله‌ی عمومی این دنباله را پیدا کنید.

۳۲. دنباله‌ی $\left\{ (-1)^n \times \frac{2^n - 1}{n^2 + 1} \right\}$ مفروض است. پنج جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید.

۳۳. پنج جمله‌ی اول دنباله‌ی $t_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$ را بنویسید.

۳۴. کدام جمله از دنباله‌ی $\frac{3n-1}{5n+7}$ برابر با $\frac{1}{21}$ است؟

۳۵. جمله‌ی عمومی دنباله‌ای $t_n = \frac{2n+3}{n-3}$ می‌باشد. جمله‌ی چندم این دنباله برابر ۵ است؟

۳۶. اگر $t_n = \frac{3n+1}{n+1}$ جمله‌ی عمومی دنباله‌ای باشد، جمله‌ی چندم این دنباله برابر با $\frac{5}{2}$ است؟

۳۷. اگر $a_1 = 2$ و $a_n = a_{n-1} + 3$ ، آن گاه سه جمله‌ی دیگر این دنباله را بنویسید.

۳۸. جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $t_n = \frac{5n+2}{3n-5}$ است. چندمین جمله‌ی این دنباله برابر با ۲ است؟

۳۹. جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = \frac{5n+3}{n-1}$ است. چندمین جمله‌ی این دنباله برابر با ۷ است؟

۴۰. مجموع سه جمله‌ی اول دنباله‌ی $a_n = (n-1)(n-2)$ را به دست آورید.

۹

۴۱. چهار جمله‌ی اول دنباله‌ی زیر را بنویسید.

$$a_n = \frac{n+1}{n^2+2}$$

۴۲. سه جمله‌ی دنباله‌ی $a_n = \frac{3n+1}{n+2}$ را بنویسید.

۴۳. در دنباله‌ی $a_n = n^2 - n + 3$ ، مجموع چهار جمله‌ی اول را حساب کنید.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ a_n = \frac{n}{n+1} \end{array} \right. \quad \text{۴۴. دنباله‌ی مفروض است. کدام جمله از این دنباله برابر با } \frac{4}{5} \text{ است؟}$$

۴۵. اگر $a_1 = 1$ و $a_n = a_{n-1} + 5$ ، آن‌گاه چهار جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید.

$$\text{۴۶. اگر } a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 1 \text{، در این صورت حاصل } a_5 - a_7 \text{ را بیابید.}$$

۴۷. دنباله‌ای به صورت $t_{n+3} = \frac{n+4}{n^2}$ تعریف شده است. سه جمله‌ی اول آن را به صورت زوج مرتب بنویسید.

۱۰

$$\text{۴۸. جمله‌ی دوم و سوم دنباله‌ی } a_n = \frac{(-1)^n + \sqrt[n]{64}}{3n} \text{ را به دست آورید.}$$

۴۹. اگر $a_1 = 3$ و $a_n = a_{n-1} + n$ ($n \geq 2$) جمله‌ی عمومی دنباله‌ای باشد، چهار جمله‌ی اول آن را بنویسید.

۵۰. در دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $a_n = 3n^2 - 7$ ، عدد 430 بین کدام دو جمله است؟

۵۱. نخستین جمله از دنباله‌ی $\left\{ \frac{n}{n^2} + 1 \right\}$ که کوچک‌تر از $1/10$ باشد را بیابید.

۵۲. چند جمله‌ی دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $u_n = \frac{2n}{n+1}$ بین ۱ و $\frac{5}{3}$ قرار دارد. آن‌ها را مشخص کنید.

۵۳. جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = 2a_{n-1} \quad n \geq 2 \end{cases}$ است. سه جمله‌ی اول آن را بنویسید.

۵۴. جمله‌ی چهارم دنباله‌ی $a_{n-1} = 2n + 1$ را به دست آورید.

۵۵. سه جمله‌ی اول از دنباله‌ی $U_n = (1 - \sqrt{2})^n (1 + \sqrt{2})^n$ را بنویسید.

۵۶. اگر $a_1 = -4$ و $a_n = 2a_{n-1} + 3$ ، آن‌گاه سه جمله‌ی دیگر این دنباله را بنویسید.

۵۷. اگر $a_n = 3n + 2$ جمله‌ی عمومی دنباله‌ای باشد، مقدار $a_{n+1} - a_n$ را حساب کنید.

۵۸. در دنباله‌های زیر مشخص کنید که کدام‌یک از دنباله‌ها، حسابی هستند؟ قدرنسبت دنباله‌های حسابی را مشخص کنید.

الف) ۲, ۷, ۱۲, ۱۷, ...

ب) $1, \frac{5}{2}, 4, \frac{11}{2}, \dots$

ج) $-1, 0, 3, 8, 15, \dots$

د) $9, 5, 1, -3, \dots$

ه) $3, 6, 12, 24, \dots$

۵۹. در هریک از حالت‌های زیر، جمله‌ی اول و قدرنسبت یک دنباله‌ی حسابی داده شده است. جمله‌ی خواسته شده را به دست آورید.

الف) $a = 6$ ، $d = \frac{5}{2}$ ، $a_{17} = ?$

ب) $a = 81$ ، $d = -4$ ، $a_{22} = ?$

ج) $a = 11$ ، $d = 7$ ، $a_{13} = ?$

د) $a = 2$ ، $d = -\frac{1}{3}$ ، $a_9 = ?$

۶۰. دنباله‌ی حسابی زیر را در نظر بگیرید.

۲, ۵, ۸, ...

الف) جمله‌ی بیستم این دنباله را مشخص کنید.

ب) جمله‌ی چندم این دنباله برابر با ۵۳ است؟

۱۲

۶۱. جمله اول یک دنباله‌ی حسابی ۵ و قدرنسبت آن $-\frac{1}{2}$ است، چهار جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید.

۶۲. جمله‌ی چهارم یک دنباله‌ی حسابی ۹ و قدرنسبت آن ۴ است. پنج جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید.

۶۳. دنباله‌ی زیر به ازای چه مقدار از a یک دنباله‌ی حسابی خواهد بود؟

$a, 3a, 7a - 2, \dots$

۶۴. مقدار x را طوری تعیین کنید که دنباله‌ی زیر یک دنباله‌ی حسابی باشد.

$$3 - 2x, 5 + x, 7x + 5, \dots$$

۶۵. مقدار p را طوری تعیین کنید که دنباله‌ی زیر یک دنباله‌ی حسابی باشد.

$$p - 4, 2p + 1, 5p + 2, \dots$$

۶۶. کدام جمله از دنباله‌ی حسابی زیر برابر با ۱۵۲ است؟

$$5, 12, 19, \dots$$

۶۷. جمله‌ی چندم از دنباله‌ی حسابی زیر برابر با صفر است؟

$$-96, -84, -72, -60, \dots$$

۶۸. اگر جمله‌ی پنجم یک دنباله‌ی حسابی ۲۳ و جمله‌ی دوازدهم آن ۶۵ باشد، جمله‌ی عمومی این دنباله را به دست آورید.

۶۹. جمله‌ی چهاردهم یک دنباله‌ی حسابی ۶۳ و جمله‌ی بیست و پنجم آن ۱۸۸ می‌باشد. قدرنسبت این دنباله چه قدر است؟

۷۰. در یک دنباله‌ی حسابی $a_7 = 28$ و $a_{13} = 82$. جمله‌ی سوم این دنباله چه قدر است؟

۷۱. در یک دنباله‌ی حسابی $a_3 + a_{11} = 56$ و $a_{12} - a_3 = 24$. سه جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید.

۷۲. اگر زاویه‌های مثلثی تشکیل یک دنباله‌ی حسابی بدهند، اندازه‌ی زاویه‌ی متوسط را به دست آورید.

۷۳. زاویه‌های داخلی یک پنج‌ضلعی محدب تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند. اگر اندازه‌ی کوچک‌ترین زاویه 60° درجه باشد، اندازه‌ی دیگر زاویه‌ها را به دست آورید.

۷۴. در دنباله‌ی حسابی $x, y, 7, y, 14, \dots$ ، مقادیر x و y را به دست آورید.

۷۵. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی هفتم چهار برابر جمله‌ی دوم و مجموع جمله‌ی اول و دوم این دنباله ۷ است. قدرنسبت و جمله‌ی اول این دنباله را مشخص کنید.

۷۶. سه عدد تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند. اگر مجموع این سه عدد ۱۲ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۸ باشد، سه عدد را پیدا کنید.

۷۷. در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی اول ۵ و قدرنسبت ۷ است. عدد ۱۳۸ چندمین جمله‌ی آن است؟

۷۸. جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی m و جمله‌ی پنجم آن ۳ برابر جمله‌ی سوم است. قدرنسبت این دنباله را بر حسب m به دست آورید.

۷۹. کدام جمله از دنباله‌ی حسابی $\dots, -78, -91, -104$ برابر با صفر است؟

۸۰. جمله‌ی عمومی دنباله‌ای $t_n = 5n - 3$ می‌باشد.

الف) چهار جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید.

ب) دنباله‌ی فوق، دنباله‌ی حسابی است یا هندسی؟

ج) جمله‌ی چندم این دنباله ۴۷ است؟

۸۱. در دنباله‌ی $1, 5, 9, 13, 17, \dots$ چند جمله وجود دارد؟

۸۲. جمله‌ی هفدهم یک دنباله‌ی حسابی 60 و جمله‌ی بیست‌وسوم آن 84 است. جمله‌ی عمومی این دنباله را بیابید.

۸۳. جمله‌ی ششم یک دنباله‌ی حسابی 6 و جمله‌ی دهم آن دو برابر جمله‌ی ششم است. دنباله را مشخص کنید.

۸۴. مجموع پنج جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی 25 و جمله‌ی هفتم آن 13 است دنباله را مشخص کنید.

۸۵. کدام یک از دنباله‌های زیر یک دنباله‌ی هندسی است؟ قدرنسبت دنباله‌های هندسی را مشخص کنید.

الف) $۲, -۶, ۱۸, \dots$

ب) $۳, ۵, ۹, ۱۷, \dots$

ج) $۱۲, ۳, \frac{۳}{۴}, \frac{۳}{۱۶}, \dots$

د) $۵, ۱, ۰, ۲, ۴, \dots$

ه) $\frac{۱}{۷۲}, -\frac{۱}{۱۲}, \frac{۱}{۲}, -۳, \dots$

و) $۲, ۶, ۲۴, ۱۲, \dots$

۸۶. جمله‌ی هفتم هریک از دنباله‌های هندسی زیر را بنویسید.

الف) $۱۲, ۱۸, ۲۷, \dots$

ب) $۵۴, -۱۸, ۶, \dots$

ج) $۲, \frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۸}, \dots$

۸۷. جمله‌ی سوم یک دنباله‌ی هندسی ۱۲ و جمله‌ی ششم آن ۹۶ است. این دنباله را مشخص کنید.

۸۸. در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی پنجم ۳۶ و جمله‌ی هشتم ۲۸۸ است. جمله‌ی سوم این دنباله را مشخص کنید.

۸۹. در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی پنجم ۴۷ و جمله‌ی هشتم ۴۲۳ است. قدرنسبت این دنباله را مشخص کنید.

۹۰. اگر a, b, c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، ثابت کنید: $b^2 = ac$.

۹۱. مقدار x را چنان تعیین کنید که هر دسته از اعداد تشکیل یک دنباله‌ی هندسی بدهند.

الف) $2, x, 12\frac{1}{2}, \dots$

ب) $27, x, 56\frac{1}{3}, \dots$

ج) $6\frac{1}{8}, x, 9\frac{71}{18}, \dots$

۹۲. مقدار x را طوری تعیین کنید که دنباله‌ی زیر یک دنباله‌ی هندسی باشد.

$4x - 3, 2x + 5, x + 4, \dots$

۱۷

۹۳. مقدار a را طوری تعیین کنید که سه جمله‌ی زیر، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشد.

$a + 2, 4a + 1, 13a - 2, \dots$

۹۴. اگر $1, p + 8, 3p$ و $p - 2$ جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار p را تعیین کنید.

۹۵. بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ سه عدد چنان درج کنید که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند.

۹۶. بین دو عدد ۳ و ۳۸۴ شش عدد چنان درج کنید که هشت عدد حاصل تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند.

۹۷. بین دو عدد ۶ و $\frac{۶۴}{۸۱}$ چهار واسطه بنویسید که جملات حاصل تشکیل یک دنباله‌ی هندسی بدهند.

۹۸. چهار جمله بین $\frac{۳}{۸}$ و $\frac{۱۲۸}{۸۱}$ چنان درج کنید که شش عدد حاصل تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند.

۹۹. دنباله‌ی زیر را در نظر بگیرید.

۳, ۶, ۱۲, ...

الف) جمله‌ی هفتم این دنباله را مشخص کنید.

ب) جمله‌ی چندم این دنباله برابر ۱۵۳۶ می‌باشد؟

۱۰۰. اگر حاصل ضرب جمله‌های دوم و هشتم یک دنباله‌ی هندسی برابر با ۶۴ باشد، جمله‌ی پنجم این دنباله چه عددی می‌تواند باشد؟

۱۰۱. جمله‌ی ششم یک دنباله‌ی هندسی مساوی با ۲۷ برابر جمله‌ی سوم آن است. نسبت جمله‌ی پانزدهم به جمله‌ی نهم را حساب کنید.

۱۰۲. جمله‌ی چندم از دنباله‌ی هندسی زیر برابر با $\frac{۸}{۵}$ است؟

$\frac{۱}{۳۲}, \frac{۱}{۱۶}, \frac{۱}{۸}, \dots$

۱۰۳. نشان دهید که دو دنباله هندسی می‌توان یافت که در هریک از آن‌ها جمله هفتم مساوی با ۱۶ برابر جمله پنجم باشد و مجموع سه جمله اول مساوی با ۲۷۳ باشد. سپس جمله چهارم هریک از این دنباله‌ها را بنویسید.

۱۰۴. سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی بیابید که مجموع‌شان ۶۲ و حاصل ضرب‌شان ۱۰۰۰ باشد.

۱۰۵. اگر a, b, c سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید.

$$(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$$

۱۰۶. اگر a, b, c, d جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی باشند، درستی رابطه‌های زیر را ثابت کنید.

الف) $(b - c)^2 = ac + bd - 2ad$

ب) $(b - c)^2 + (c - a)^2 + (d - b)^2 = (a - d)^2$

۱۰۷. سه عدد a, b, c که مجموع آن‌ها ۱۵ می‌باشد، جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی هستند. اگر b, a و c تشکیل دنباله‌ی حسابی بدهند، a, b, c را تعیین کنید.

۱۰۸. اگر a, b, c هم تشکیل دنباله‌ی حسابی و هم تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند، a, b, c چه رابطه‌ای با هم دارند؟ قدرنسبت هریک از این دنباله‌ها را تعیین کنید.

۱۰۹. مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که چهار جمله‌ی زیر جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند.

$$a - 7b, a - 4, a + 2, a + 14$$

۱۱۰. در دنباله‌ی هندسی که جمله‌ی عمومی آن $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ است، هریک از عددهای ۱۹۲ و ۷۶۸ جمله‌های مرتبه‌ی چندم دنباله هستند؟

۱۱۱. در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی اول با قدرنسبت برابر است و جمله‌ی عمومی دنباله $a_n = 3^{2n}$ است. قدرنسبت دنباله را به دست آورید.

۱۱۲. سه عدد a, b و ۱ تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند. اگر ۴ واحد به عدد b اضافه کنیم، یک دنباله‌ی هندسی حاصل می‌شود. مقادیر a و b را تعیین کنید.

۱۱۳. در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی اول ۴- و قدرنسبت ۵- می‌باشد. نخستین جمله‌ای که از ۴۰۰۰ است، دارای چه مرتبه‌ای است؟ نخستین جمله‌ی کوچک‌تر از ۴۰۰۰- در چه مرتبه‌هایی قرار دارند؟

۱۱۴. حاصل ضرب پنج جمله اول یک دنباله‌ی هندسی $7^5 \times 2^{10}$ است. جمله‌ی سوم این دنباله را تعیین کنید.

۱۱۵. در مربعی به ضلع ۲ وسط ضلع‌ها را به هم وصل می‌کنیم تا مربعی جدید به دست آید. در مربع به دست آمده مجدداً وسط ضلع‌ها را به هم وصل می‌کنیم و این عمل را چهار بار تکرار می‌کنیم.

الف) مساحت کوچک‌ترین مربع به دست آمده چه قدر است؟

ب) محیط کوچک‌ترین مربع به دست آمده چه قدر است؟

۱۱۶. چهار جمله بین $\frac{۳}{۸}$ و $\frac{۱۲۸}{۸۱}$ چنان درج کنید که شش جمله حاصل تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند.

توجه: درسنامه‌ی جامع و کامل مربوط به این فصل در کتاب ریاضی (۱) پایه دهم جامع (رشته ریاضی و فیزیک) بیان شده است.

سؤالات چهارگزینه‌ای

۱. اگر A و B دو مجموعه‌ی غیر تهی باشند، $(A \cap B') - (B - A)$ برابر با کدام مجموعه است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور)

(۱) B' (۲) \emptyset (۳) $A \cap B$ (۴) $A - B$

۲. متمم مجموعه‌ی $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور)

(۱) B' (۲) \emptyset (۳) A (۴) $A' \cup B'$

۳. اگر $i \in [1, 2, 3, \dots, 9]$ و $A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2}\right]$ ، آن گاه مجموعه‌ی $(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap B_7)$ به کدام صورت

(سراسری ریاضی)

است؟

(۱) $[-2, -1] \cup (1, 2]$ (۲) \emptyset

(۳) $[-1, 1]$ (۴) $[-2, -1] \cup [1, 2]$

۴. اگر $A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}$ ، $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$ و $C = \{1, 2, 3\}$ ، آن گاه کدام رابطه درست است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور)

(۱) $A - B = C$ (۲) $B - C = \emptyset$ (۳) $B - C = \{1, 2\}$ (۴) $A - B = \{C\}$

۵. اگر n عددی طبیعی و A_n بازه‌ی $((-1)^n n, 2n)$ باشد، آن گاه چند عدد صحیح به $\bigcup_{n=1}^4 A_n$ تعلق دارد؟

(سراسری تجربی)

(۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۸

۶. اگر A و B دو مجموعه‌ی غیر تهی باشند، مجموعه‌ی $[A \cup (A \cap B)]' \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$ برابر با

(سراسری ریاضی)

کدام گزینه است؟

(۱) $A' - B'$ (۲) $(A - B)'$ (۳) \emptyset (۴) A'

۷. متمم مجموعه $(B-A)' - A$ نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور)

A-B (۴)

 $A \cap B$ (۳)

B (۲)

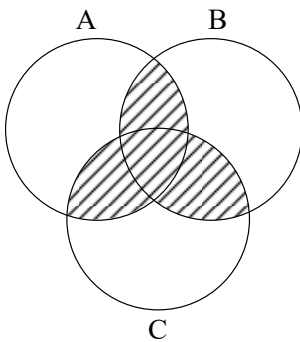
A (۱)

۸. اگر A، B و C سه مجموعه ناتهی باشند، آن گاه کدام شکل نشان دهنده مجموعه

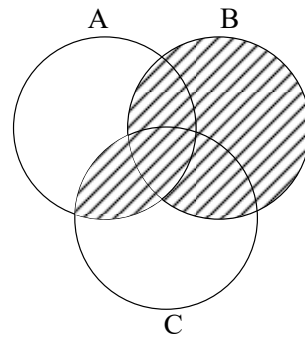
$(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B) \cup C$ است؟ (هیچ دو مجموعه‌ای جدا از هم نیستند و قسمت‌های هاشورخورده به

(تألیفی)

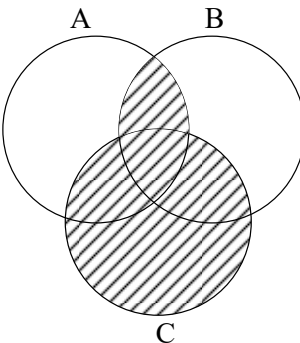
معنای مجموعه‌ی مورد سؤال است.)



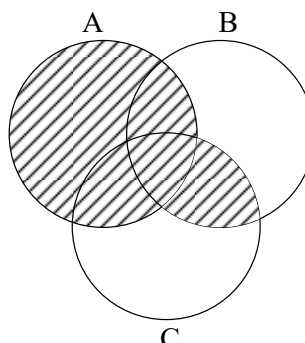
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۹. اگر $A_1 = \{1, 2, \dots, 10\}$ ، $A_2 = \{2, 3, \dots, 11\}$ ، $A_3 = \{3, 4, \dots, 12\}$ و ... تعدادی مجموعه باشند، آن گاه

(تألیفی)

مجموعه $A_3 \cap A_4 \cap \dots \cap A_n$ دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(تألیفی)

۱۰. کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) مجموعه‌ی عددهای حقیقی بین ۲ و ۳

(۲) مجموعه‌ی عددهای اول زوج

(۳) مجموعه‌ی عددهای اعشاری که قسمت صحیح آن‌ها ۲ است.

(۴) مجموعه‌ی عددهای اول فرد

۱۱. اگر A, B و C مجموعه‌های ناتهی و $B \cap C = C$ و $A \cap B = B$ ، آن‌گاه کدام رابطه همواره صحیح است؟

(تألیفی)

$$C \subseteq B \subseteq A \quad (۴) \quad A = B = C \quad (۳) \quad A \subseteq B \subseteq C \quad (۲) \quad B \subseteq A \subseteq C \quad (۱)$$

۱۲. اگر دو مجموعه‌ی $A = \{۳, ۴, x\}$ و $B = \{۱+y, ۲, ۳\}$ مساوی باشند، آن‌گاه مقدار $x+y$ کدام است؟

(تألیفی)

$$۳ \quad (۴) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۶ \quad (۲) \quad ۵ \quad (۱)$$

(سراسری ریاضی)

۱۳. جواب نامعادله‌ی $۰ \leq ۱ - ۲x \leq ۱$ کدام بازه است؟

$$[-۴, ۴] \quad (۴) \quad \left[۰, \frac{۱}{۲}\right] \quad (۳) \quad [-۲, ۲] \quad (۲) \quad [-۱, ۱] \quad (۱)$$

۱۴. اگر $A = \{۲\}$ ، $B = \{۲, \{۲\}\}$ و $C = \{\{۲\}, \{۲, \{۲\}\}\}$ ، آن‌گاه کدام رابطه نادرست است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور)

$$B \in C \quad (۴) \quad A \in B \quad (۳) \quad A \subseteq B \quad (۲) \quad B \subseteq C \quad (۱)$$

۲۴

۱۵. اگر در یک گروه، ۲۰ نفر چای، ۱۲ نفر قهوه و ۵ نفر هم چای و هم قهوه نوشیده باشند، آن‌گاه چند نفر

(تألیفی)

در این گروه، چای یا قهوه یا هر دو را نوشیده‌اند؟

$$۲۰ \quad (۴) \quad ۳۷ \quad (۳) \quad ۲۷ \quad (۲) \quad ۲۵ \quad (۱)$$

۱۶. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول ۱۰ و مجموع جملات پنجم و ششم برابر با ۱۱ است. جمله‌ی چهارم

(آزاد تجربی)

کدام است؟

$$۱۳ \quad (۴) \quad ۸ \quad (۳) \quad ۷ \quad (۲) \quad ۶ \quad (۱)$$

۱۷. در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های $(۲, ۷, ۱۲, \dots)$ و $(۸, ۱۱, ۱۴, \dots)$ ، چند عدد سه رقمی مشترک وجود

(سراسری ریاضی خارج از کشور)

دارد؟

$$۶۰ \quad (۴) \quad ۵۸ \quad (۳) \quad ۶۱ \quad (۲) \quad ۵۹ \quad (۱)$$

۱۸. عددهای طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره‌ی آن دسته

باشد: $\dots, (۷, ۹, ۱۱), (۳, ۵), (۱)$. جمله‌ی آخر در دسته‌ی بیستم کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور)

$$۴۲۳ \quad (۴) \quad ۴۲۱ \quad (۳) \quad ۴۱۹ \quad (۲) \quad ۴۱۵ \quad (۱)$$

۱۹. در یک دنباله هندسی $a_1 a_3 a_5 = 8 a_2 a_4 a_6$. قدرنسبت کدام است؟ (آزاد تجربی)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

۲۰. بین دو عدد ۴ و ۳۲۴ سه عدد چنان درج شده است که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله هندسی دهند.

مجموع این پنج عدد مثبت کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور)

- (۱) ۴۸۲ (۲) ۴۸۴ (۳) ۴۸۶ (۴) ۴۸۸

۲۱. در دنباله $1, 17, \dots, 10^5, 5, 2$ ، مجموع جملات هفتم و هشتم کدام عدد می تواند باشد؟

(آزمایشی سنجش تجربی)

- (۱) ۱۰۹ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۲۱ (۴) ۱۱۵

۲۲. عددهای طبیعی را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شمارهی آن دسته

باشد: $\dots, (1, 10), (2, 8, 7), (3, 6, 4), (4, 5, 3), (5, 2, 1)$. مجموع جملات در دسته بیستم کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور)

- (۱) ۴۰۲۰ (۲) ۴۰۴۰ (۳) ۴۰۳۰ (۴) ۴۰۱۰

۲۵

۲۳. در دنباله $a_n = \frac{n}{16} + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ، چند جمله منفی وجود دارد؟ (آزاد تجربی)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۴. بین دو عدد ۷ و ۵۵ به تعداد هفت جمله طوری نوشته شده است که دنباله حسابی تشکیل شود. جمله

وسط کدام است؟ (آزمایشی سنجش ریاضی)

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۲۹

۲۵. اگر مجموع مکعبات عددهای طبیعی متوالی شروع از ۱، برابر با مربع مجموع آن اعداد باشد، حاصل

$3^3 + \dots + 14^3 + 12^3 + 10^3$ کدام است؟ (سراسری ریاضی)

- (۱) ۱۱۴۱۰۰ (۲) ۱۱۴۲۰۰ (۳) ۱۱۴۳۰۰ (۴) ۱۱۴۴۰۰

۲۶. عددهای طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات در هر دسته برابر با شمارهی آن

دسته باشد: $\dots, (1, 1), (3, 9, 7), (5, 3), (1)$. مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی ام کدام است؟

(سراسری تجربی)

- (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۱۷۰۰ (۳) ۱۸۵۰ (۴) ۱۷۵۰

۲۷. در دنباله‌ی اعداد $2, 8, 24, \dots$ ، مجموع جملات $(n-1)$ ام و n ام کدام عدد می‌تواند باشد؟

(آزمایشی سنجش ریاضی)

(۱) $2^{n-1}(3n-1)$ (۲) $2^n(3n+1)$ (۳) $2^{n-1}(3n+1)$ (۴) $2^n(3n-1)$

۲۸. عددهای 2^a ، $4\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی می‌باشند. واسطه‌ی عددی بین a و b

کدام است؟ (سراسری ریاضی)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $\sqrt{2}$

۲۹. در یک دنباله‌ی حسابی $2a_1 + a_2 - 3a_3 = 1$. قدرنسبت این دنباله چه قدر است؟ (آزاد پزشکی)

(۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۷

۳۰. در یک دنباله‌ی هندسی، مجموع سه جمله‌ی متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۱۶ است. تفاضل

کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟ (سراسری تجربی)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۱. در یک دنباله‌ی حسابی، بین جملات رابطه‌ی $2a_1 + 3a_2 - 5a_3 = 1$ برقرار است، حاصل

$5a_1 - 2a_2 - 3a_3$ کدام است؟ (آزاد ریاضی)

(۱) -۸ (۲) $-\frac{8}{7}$ (۳) $\frac{8}{7}$ (۴) ۸

۳۲. در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند.

چندمین جمله‌ی دنباله صفر است؟ (سراسری تجربی)

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۳۳. عددهای $5p-1$ ، $3p+4$ و $2p+3$ سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی هستند. قدرنسبت این

دنباله کدام است؟ (سراسری ریاضی)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۴. جملات دوم، پنجم و دوازدهم یک دنباله‌ی حسابی، سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی هستند.

قدرنسبت این دنباله‌ی هندسی کدام است؟ (سراسری تجربی)

(۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۳۵. در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب ۹ جمله‌ی اول برابر با ۸ است. حاصل ضرب جملات دوم، چهارم، ششم و هشتم کدام است؟

(تألیفی)

۴ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

۳۶. در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی هشتم ۱۰ برابر جمله‌ی هفتم است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(تألیفی)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۳۷. اگر 2^x ، 4^y و 8^z جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آن‌گاه:

(تألیفی)

$4y = x + 3z$ (۲)

$4x = y + 3z$ (۱)

$3z + 2y + x = 0$ (۴)

$4z = y + 3z$ (۳)

۳۸. در دنباله‌ی هندسی $z, 4^0, y, x, 5$ ، مقدار $z - (x + y)$ کدام است؟

(تألیفی)

۸ (۴)

۳۰ (۳)

۸۰ (۲)

۵۰ (۱)

۳۹. در یک دنباله‌ی حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند. چندمین جمله‌ی این دنباله صفر است؟

(سراسری تجربی)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۴۰. در دنباله‌ی الگوی عددهای مثلثی $1, 3, 6, 10, 15, \dots$ مجموع جملات دهم و یازدهم کدام است؟

(سراسری انسانی)

۱۴۴ (۴)

۱۳۲ (۳)

۱۲۷ (۲)

۱۲۱ (۱)

توجه: درسنامه‌ی جامع و کامل مربوط به این فصل در کتاب ریاضی (۱) پایه دهم جامع (رشته ریاضی و فیزیک) بیان شده است.

تسلط

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

۱. اگر جملات سوم، پنجم و چهاردهم یک دنباله‌ی حسابی، سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، جمله‌ی چندم دنباله‌ی حسابی صفر است؟

۲. اگر $A = [-1, 3]$ و $B = [2, 5]$ ، آن‌گاه مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

الف) $A - B$

ب) $(A \cap B) - A$

۳. در یک مجموعه‌ی ۱۰۰ عضوی که ۲۰ نفر عضو A و ۷۰ نفر عضو B هستند و ۸۰ نفر حداقل عضو یک مجموعه باشند، چند نفر عضو هیچ مجموعه‌ای نیستند؟

۲۸

۴. اگر $a_n = (k-1)n^2 + (5m-1)n + 2$ جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی باشد که قدرنسبت آن ۴ است، مقادیر k و m را بیابید.

۵. فرض کنیم A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع M باشند و داشته باشیم:

$$n(M) = 100, \quad n(A) = 60, \quad n(B) = 40, \quad n(A \cap B) = 20.$$

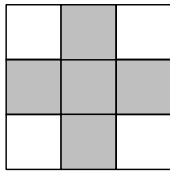
مطلوب است محاسبه‌ی:

الف) $n(A \cup B)$

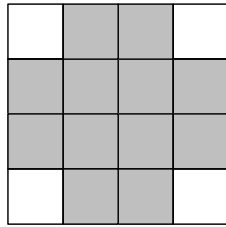
ب) $n(A \cap B)$

۶. بین دو عدد ۳ و ۴۸، سه واسطه‌ی هندسی درج کنید.

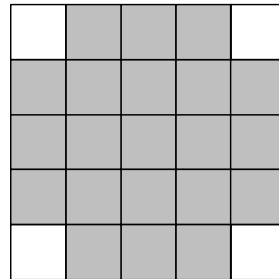
۷. بر طبق الگوهای تصویری زیر:



(۱)



(۲)



(۳)

الف) جمله‌ی عمومی را برای مربع‌های رنگ شده تعیین کنید.

ب) تعداد مربع‌های رنگ شده در مرحله‌ی نهم را به دست آورید.

